

# Théorème de Bernoulli

## Mouvement d'un fluide

En général, le mouvement d'un fluide est complexe avec des tourbillons et une vitesse du fluide variant de façon imprévisible (régime d'écoulement turbulent).

Si l'écoulement est régulier, le régime est dit laminaire. Si la vitesse du fluide ne dépend que des coordonnées spatiales et non du temps, le régime est dit permanent.

## Théorème de Bernoulli

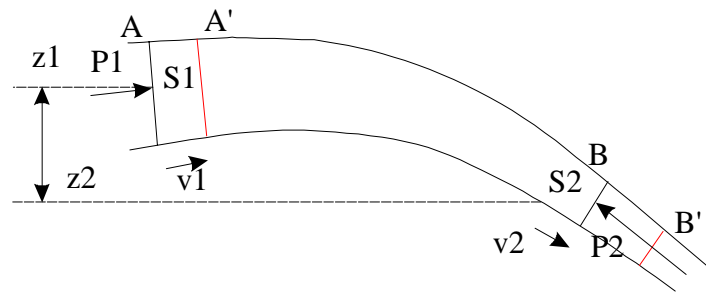
### Hypothèses préalables :

Le fluide est incompressible (liquide).

Il s'écoule en régime permanent.

Il n'est pas visqueux.

Une ligne de courant est tangente en chaque point au vecteur vitesse dans le fluide. L'ensemble des lignes de courant qui s'appuient sur un contour fermé forment un tube de courant.



On considère un tube de courant limité par deux sections droites S1 et S2. Le tube est assez petit pour que la vitesse et la pression soient les mêmes en chaque point d'une section droite.

Soient P1 et P2, v1 et v2 les pressions et vitesses en A et B.

Au bout du temps dt, le fluide compris entre A et B passe entre A' et B'

Par hypothèse, le fluide est incompressible donc la conservation du volume impose que :

$$S1.AA' = S2.BB' = dV$$

Ce volume a une masse  $m = \mu.dV$

Lors du déplacement du fluide, l'énergie cinétique varie de :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\mu.dV(v_2^2 - v_1^2)$$

Le travail des forces extérieures ayant agité sur le fluide est la somme des forces de pression :

$$P1.S1.AA' - P2.S2.BB' = (P1 - P2)dV$$

et de la pesanteur :

$$\mu g.dV.(z1 - z2).$$

Donc :

$$P1 + \mu g z1 + \frac{1}{2}\mu v_1^2 = P2 + \mu g z2 + \frac{1}{2}\mu v_2^2$$

Soit encore :

$$\boxed{\frac{P1}{\mu g} + \frac{v_1^2}{2g} + z1 = \frac{P2}{\mu g} + \frac{v_2^2}{2g} + z2}$$

Cette relation, constitue le théorème de Bernoulli