

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE**  
**ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET CHIMIE INDUSTRIELLES**

CONCOURS 2002

FILIÈRE **MP** - OPTION SCIENCES INDUSTRIELLES  
FILIÈRE **PC**

**ÉPREUVE FACULTATIVE D'INFORMATIQUE**

(Durée : 2 heures)

L'utilisation des calculatrices **n'est pas autorisée** pour cette épreuve.

Le langage de programmation choisi par le candidat doit être spécifié en tête de la copie.  
On attachera une grande importance à la clarté, à la précision, à la concision de la rédaction.

\*\*\*

On cherche à calculer le gain maximum possible à la Bourse sur une action pendant une période de  $n$  jours, en ne faisant qu'une opération d'achat et de vente d'une seule action. On suppose que les cours quotidiens de cette action sont enregistrés dans un tableau d'entiers naturels ( $a_i \in \mathbf{N}$ ) de  $n$  éléments ( $0 \leq i < n$ ).

On définit l'*amplitude* de la variation du cours comme la valeur absolue du maximum de la variation de ce cours pendant la période observée, c'est-à-dire la quantité suivante :

$$\text{amplitude} = \max_{0 \leq i \leq j < n} |a_j - a_i| = \max_{0 \leq i < n} a_i - \min_{0 \leq i < n} a_i$$

Le temps d'exécution  $T(f)$  d'une fonction  $f$  de la variable  $a$  est le nombre d'opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, division, affectation) nécessaire au calcul de  $f(a)$ . Lorsque ce temps d'exécution dépend d'un paramètre  $n$ , il sera noté  $T_n(f)$ . On dit que la fonction  $f$  s'exécute :

- en temps linéaire par rapport au paramètre  $n$ , s'il existe  $K > 0$  tel que pour tout  $n$ ,  $T_n(f) \leq Kn$  ;
- en temps quadratique par rapport au paramètre  $n$ , s'il existe  $K > 0$  tel que pour tout  $n$ ,  $T_n(f) \leq Kn^2$ .

**Question 1** Écrire une fonction `amplitude(a)` qui retourne comme résultat l'amplitude de la variation du cours représenté par le tableau  $a$ . Donner un ordre de grandeur du temps d'exécution de cette fonction en fonction de  $n$ .

Le *gain maximum* est le gain maximum possible sur la période observée, c'est-à-dire la quantité suivante :

$$\text{gain} = \max_{0 \leq i \leq j < n} (a_j - a_i)$$

**Question 2** Donner un exemple où l'amplitude est différente du gain maximum. Que représente l'amplitude en terme de gain ou de perte ?

**Question 3** En suivant textuellement la définition du gain, écrire une fonction  $\text{gain}(a)$  qui retourne, en temps quadratique (par rapport à  $n$ ), le gain maximal possible sur le cours représenté par le tableau  $a$ .

**Question 4** Modifier la fonction précédente pour aussi imprimer les deux dates  $i$  et  $j$  d'achat et de vente de l'action permettant d'obtenir le gain maximum sur le tableau  $a$  (avec  $j - i$  minimum).

Pour tout  $i$  ( $0 \leq i < n$ ) définissons le gain courant maximum  $\text{gainCourant}_i$  comme le gain maximum possible obtenu en vendant son action au temps  $i$ , c'est-à-dire :

$$\text{gainCourant}_i = \max_{0 \leq k \leq i} (a_i - a_k)$$

**Question 5** En calculant progressivement le gain courant maximum, écrire une fonction  $\text{gain1}(a)$  qui retourne, en temps linéaire (par rapport à  $n$ ), le gain maximum possible sur le cours représenté par le tableau  $a$ .

**Question 6** Modifier la fonction précédente pour aussi imprimer les deux dates  $i$  et  $j$  d'achat et de vente de l'action permettant d'obtenir le gain maximum sur le tableau  $a$  (avec  $j - i$  minimum).

On considère maintenant la possibilité de faire séquentiellement deux transactions pendant la période observée, c'est-à-dire de considérer deux dates d'achat  $i$  et  $i'$ , et deux dates de vente  $j$  et  $j'$  telles que  $0 \leq i \leq j \leq i' \leq j' < n$ .

**Question 7** Écrire la fonction  $\text{gain2}(a)$  qui retourne, en temps quadratique (par rapport à  $n$ ), le gain maximum possible en faisant deux transactions sur le cours de l'action représenté par le tableau  $a$ .

**Question 8** Modifier la fonction précédente pour aussi imprimer les quatres dates  $i$ ,  $j$ , et  $i'$ ,  $j'$  d'achats et de ventes de l'action permettant d'obtenir le gain maximum sur le tableau  $a$  (avec  $j - i$  et  $j' - i'$  minimum).

\* \*  
\*