TP 4

Aurélien Garivier

28 février 2011

Le contenu du TP, les données nécessaires et les hyperliens sont accessibles en ligne à l'adresse suivante :

`http://perso.telecom-paristech.fr/~garivier/centrale/`

1 Adéquation à une loi

- Simuler deux échantillons $X_1, \ldots, X_m$ et $Y_1, \ldots, Y_n$ de variables aléatoires, de lois respectivement $\mathcal{N}(0,1)$ et de Cauchy, c'est-à-dire de densité $f(x) = \pi^{-1}/(1+x^2)$.
- Pour quelles valeurs de $m = n$ un Q-Q plot permet-il de voir qui est gaussien et qui ne l'est pas ?
- Tester la normalité de $X_1, \ldots, X_m$, puis de $Y_1, \ldots, Y_n$, avec un test de Kolmogorov-Smirnov.
- Tester si $X_1, \ldots, X_m$ et $Y_1, \ldots, X_n$ proviennent de la même loi, avec un test de Kolmogorov-Smirnov.

2 Comparaison de deux échantillons

Soient $X_1, \ldots, X_m$ et $Y_1, \ldots, Y_n$ deux échantillons de lois respectives $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$ et $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$. On suppose que $\sigma^2 = 1$ est connue, et on cherche à tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$.

- On considère d'abord le test basé sur la statistique gaussienne :

$$Z_{m,n} = \sqrt{\frac{mn}{m+n}} \left(\bar{X}_m - \bar{Y}_n\right)$$

  de risque $\alpha = 2.5\%$. Pour quelles valeurs de m et n ce test rejette-t-il l'hypothèse H_0 plus d'une fois sur deux, si en réalité $\mu_1 = 1$ et $\mu_2 = 0$?
- Et pour le test de Mann-Whitney ? Déterminer ces valeurs par simulation, en commençant par traiter le cas $m = n$.