

Diffusion autour de la logique, une discipline informathématique à la base du raisonnement scientifique

* Résumé:

La logique est une *discipline* à la frontière des mathématiques, de l'informatique et de la philosophie. Son histoire est riche (de l'antiquité à nos jours en passant par la crise des fondements) et le champs des recherches qui en découle/s'y réfère est large (complexité, déduction automatique, sémantique, vérification, ... pour ne citer que des domaines informatiques). Cette vastité et son côté abstrait ne favorisent sans doute pas la médiation. Par ailleurs, la logique n'est quasiment pas enseignée dans le primaire ou secondaire et elle est peu médiatisée. De ce fait (?) elle est généralement méconnue du grand public. Pourtant, chacun semble avoir une vague idée de son importance, parfois le mot même de "logique" effraie.

Enjeux possibles :

- 1 - faire travailler le raisonnement, favoriser son utilisation (on ne peut pas avoir de l'intérêt pour la logique si on n'a pas déjà un peu pratiqué le raisonnement/l'argumentation, à mon avis..)
- 2 - faire découvrir la discipline et son étendu dans les recherches actuelles
- 3 - présenter les notions qu'apportent les maths et l'info sur les idées de sens, de preuves et de vérité, pour questionner/apporter de nouveaux éclairages.

Cadre :

Suit une liste de thèmes possibles ayant pour but d'être des entités de présentations (relativement¹) indépendantes (il y a donc des recoupements) qui pourraient par exemple constituer les blocs d'une exposition. Ces thèmes sont accompagnés de quelques idées pratiques de médiation pour aller au-delà du simple panneau explicatif.

Ces idées ne sont pas restrictives quant à la forme ou au public visé, cependant, dans le cadre de mon ACD, je travaille avec la MMI qui accueille principalement un publique scolaire et dont la ligne directrice pour le format de ses expositions consiste en un parcours (thématique) constitué de courts panneaux explicatifs et de manipulation "spectaculaires" illustrant le contenu du panneau.

1 On a en fait les dépendances suivantes : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3,4,5$

* Thématiques possibles :

0. *Histoire de la logique/logique et philo*

- Attention, on ne répond pas à la question de pourquoi le vrai est considéré comme bien ni pourquoi on le cherche dans nos discours (Foucault)
- La question de ce qui est vrai est très complexe ; on a plein de notions associées à cela (sincérité, fait, opinion, vraisemblance, essence, contingence, réalité – qui peut évoluer avec le temps -, lois, correction, ...) la logique mathématiques s'attache à la notion de correction (raisonnements/preuves) et de modèle.
- Base des sciences (zététique ?) : raisonner pour avancer dans les connaissances. thèse de l'atomisme logique ; positivisme logique - être capable de distinguer dans le langage ce qui a une certaine propriété de démonstration/réfutation de ce qui n'en a pas - vide de sens ?
- Mais, des exemples de paradoxes (ex: jeu fini et méta jeu) + histoire de la crise des fondements
- Objet d'étude à part entière
- interviews (ex : [youtube.com/watch?v=D-hxSy7BFBk](https://www.youtube.com/watch?v=D-hxSy7BFBk))

1. *De quoi on parle ? - Le langage logique, la notion de sémantique (Formaliser, abstraire)*

* Pour raisonner on peut utiliser le langage courant, mais il est souvent imprécis/ source de confusion (double sens ou sens différent selon le contexte et les interlocuteurs). On préfère donc utiliser un langage « universelle » plus petit dont la *sémantique* est bien définie (comprise de tous). On peut construire des énoncés complexe ayant un sens (un comportement?) bien défini à partir de ces petites briques. Intérêt pour le minimalisme et la compositionnalité.

Rem : cette approche est similaire à la recherche de langage de prog.

* Les différent connecteurs logique, pas à pas (selon le niveau) + quantifications ! - liens avec le langage courant (et comment parfois le sens des connecteurs logique dans le langage courant est imprécis. ex : ou et ou exclusif, verbe "être" qui parfois signifie implique plutôt qu'égal ...).

* Des définitions plus rigoureuse avec les sémantiques mathématique : modèle booléen, modèle entier naturel, ensemble, ... (Kripke, jeux, automates ...)

→ traduction d'énoncés français en langage formelle : faire toucher du doigt ce qu'est l'expressivité d'une logique (ex : "tous, aucun, la plupart")

On peut parcourir le spectre suivant :

Logique propositionnelle, du 1er ordre, du second ordre.

Arithmétique. Ensembles.

Logique probabiliste, logique temporelle, logique modale.

→ manipulation de circuit logique, de base de données, utilisation de solveur, vérification

2. Comment/qu'est-ce que raisonner ? (Dédire)

* Le formalisme des preuves :

- point de vue historique : crise des fondements, le tâtonnement vers la formalisation des systèmes de preuves à la Hilbert, Frege, déduction naturelle, calcul de séquent

→ faire manipuler sous la forme de jeux de construction, voir qu'on peut construire les mêmes formules - ou pas !

- notion de prouvabilité/validité vs vérité (expressivité des systèmes de déduction eg classique vs intuitionniste, tout ce qui est vrai n'est pas nécessairement prouvable → nécessite la notion de modèle), correction d'un système, minimalité (équivalence logique)

→ un jeu de cartes avec des formules : on fixe un système de déduction (les "règles du jeu") chacun son tour on pose une carte : +1 si on peut la déduire des cartes déjà posées, 0 si on doit l'introduire comme axiome/+n si on doit l'introduire comme un axiome mais qu'il permet de prouver n axiomes, perdu si ça rend le système inconsistant. Le jeu s'arrête quand un joueur arrive à 20

→ formaliser pour éviter les syllogismes : voir qu'en écrivant un syllogisme sous la forme d'une règle de déduction on crée des systèmes qui prouvent n'importe quoi

* Les différents "types de raisonnement" :

- déductif, par cas, par contradiction (classique), par induction (bien fondée), (coinduction)

→ des énigmes ou casse-tête mathématiques qui mettent en avant ces raisonnements (le plus commun pour une énigme policière est la contradiction. Avec les graphes on peut trouver des exemples d'induction plus parlant ?)

3. Théorie des modèles - Solveurs, Vérification

* Notion de théorie (marier 1 et 2), de modèle et les allers-retours

(axiomatisation de théorie, modèle pour une théorie axiomatisée -> les modèles non standard de géométrie)

* Théorème de complétude - Solveur

- utilisation de solveur pour résoudre des jeux finis (sudoku, ...)
- présentation d'algorithmes de résolution : notions de complexité, d'heuristique, d'explorations d'arbre de déduction/de configuration de jeux

* Théorème d'incomplétude - Vérification

- indécidabilité (lien avec le problème de l'arrêt)
- tout espoir n'est pas mort : les restrictions à des sous-systèmes logiques, lien logique complexité automate

4. Preuve et programme - Assistant de preuve, certification

- nouveaux modèles pour la logique, correspondance de Curry-Howard, typage, constructivisme
- Preuves assistées par ordinateur (Coq, Agda - manipuler un assistant de preuve pour la géométrie ?)

La logique ne fait pas tout.. elle permet de formaliser les raisonnements, mais encore faut-il trouver les bonnes représentations (ex du jeu de hex : un raisonnement tout bête par contradiction mais il faut penser global et pas local ; "preuve sans mot")