

Dimensionnement des réseaux WDM : Modélisation et approximation

Hervé Rivano

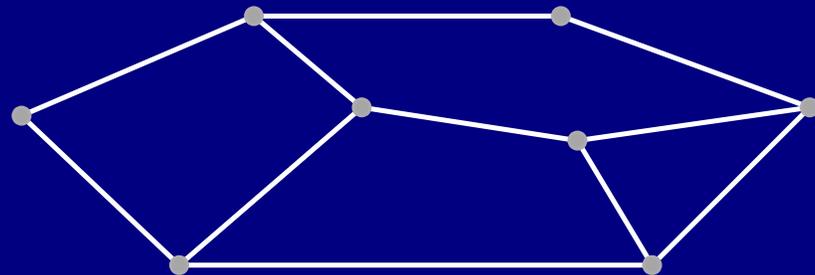
MASCOTTE (CNRS-I3S-INRIA)

FRANCE TELECOM R&D (DMI/ISE)

Séminaire du LIP, Lyon, 29 Octobre 2002

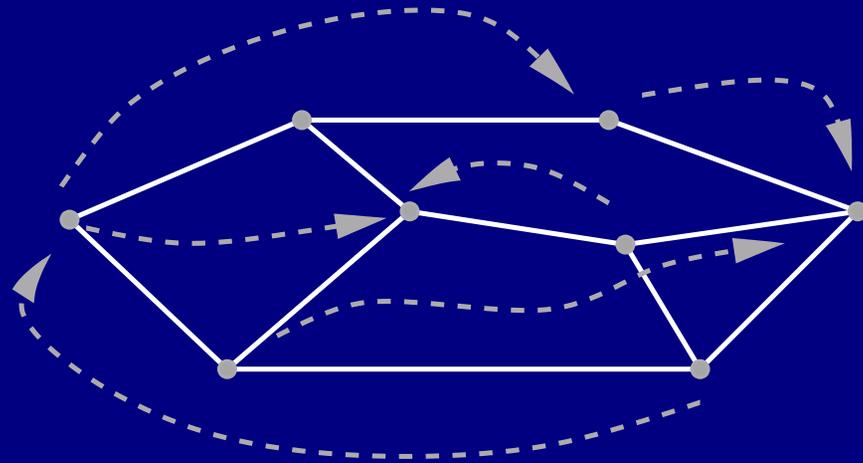
Réseaux optiques WDM

- Réseau physique :
 - ★ Nœuds : entrée/sortie + routeur + convertisseur
 - ★ Liens : faisceaux de fibres optiques



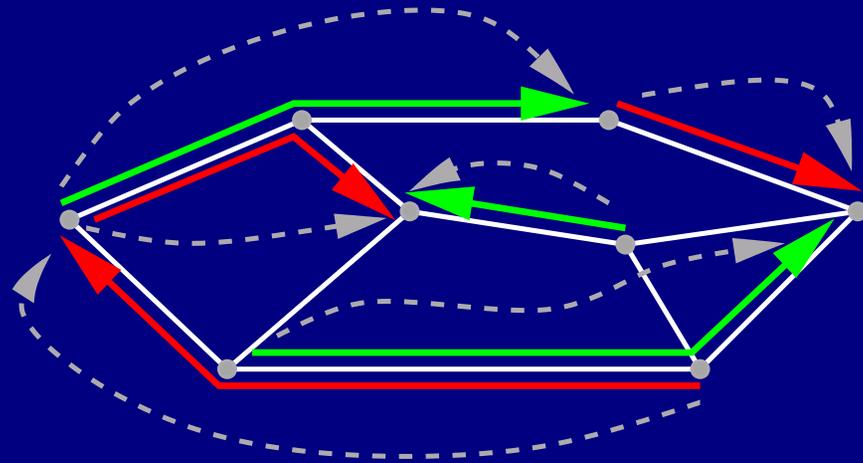
Réseaux optiques WDM

- Réseau physique :
 - ★ Nœuds : entrée/sortie + routeur + convertisseur
 - ★ Liens : faisceaux de fibres optiques
- Requêtes : connexions entre 2 nœuds



Réseaux optiques WDM

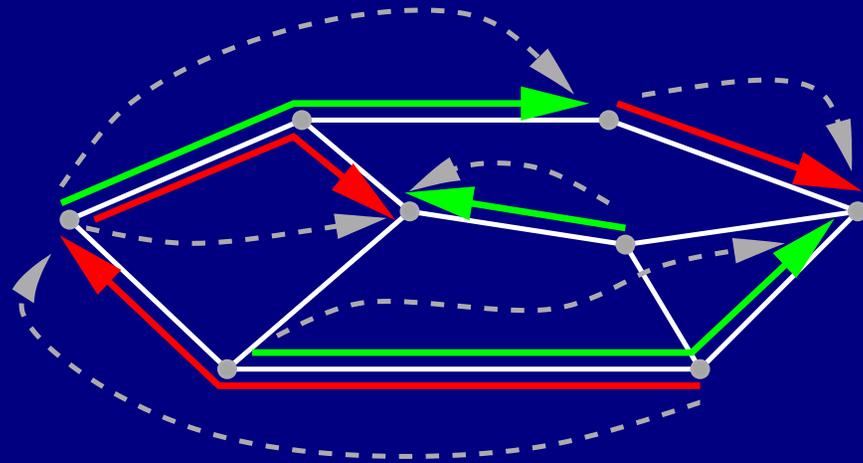
- Réseau physique :
 - ★ Nœuds : entrée/sortie + routeur + convertisseur
 - ★ Liens : faisceaux de fibres optiques
- Requêtes : connexions entre 2 nœuds
- Connexion ← chemin optique



Réseaux optiques WDM

- Réseau physique :
 - ★ Nœuds : entrée/sortie + routeur + convertisseur
 - ★ Liens : faisceaux de fibres optiques
- Requêtes : connexions entre 2 nœuds
- Connexion ← chemin optique

Contrainte WDM : 2 chemins passant par la même fibre ne peuvent utiliser la même longueur d'onde.



Problématiques principales

- Routage (proche de conception VLSI)
 - ★ Trouver un chemin pour chaque requête
 - ★ Optimisations classiques : longueur, charge max, totale . . .

Problématiques principales

- Routage (proche de conception VLSI)
 - ★ Trouver un chemin pour chaque requête
 - ★ Optimisations classiques : longueur, charge max, totale . . .
- Affectation de longueurs d'onde
 - ★ Contrainte WDM \Rightarrow des chemins en conflit n'ont pas la même couleur
 - ★ Quelle notion de conflit ?

Problématiques principales

- Routage (proche de conception VLSI)
 - ★ Trouver un chemin pour chaque requête
 - ★ Optimisations classiques : longueur, charge max, totale . . .
- Affectation de longueurs d'onde
 - ★ Contrainte WDM \Rightarrow des chemins en conflit n'ont pas la même couleur
 - ★ Quelle notion de conflit ?
- Objectif : minimiser le coût de l'infrastructure
 - ★ "Taille" des liens
 - ★ Complexité des nœuds

Problématiques principales

- Routage (proche de conception VLSI)
 - ★ Trouver un chemin pour chaque requête
 - ★ Optimisations classiques : longueur, charge max, totale . . .
- Affectation de longueurs d'onde
 - ★ Contrainte WDM \Rightarrow des chemins en conflit n'ont pas la même couleur
 - ★ Quelle notion de conflit ?
- Objectif : minimiser le coût de l'infrastructure
 - ★ "Taille" des liens
 - ★ Complexité des nœuds

Un premier modèle simplifié

- Lien physique \rightarrow 1 fibre
 - ★ On oublie les contraintes de capacité d'une fibre

Un premier modèle simplifié

- Lien physique \rightarrow 1 fibre
 - ★ On oublie les contraintes de capacité d'une fibre
 - ★ Réseau, chemin = notions "classiques" de graphes
 - ★ Chemins en conflit = chemins non disjoints
- Routage = trouver des chemins dans un graphe
 - ★ Problématique connue : plus court chemin, flot, multiflot, . . .

Un premier modèle simplifié

- Lien physique \rightarrow 1 fibre
 - ★ On oublie les contraintes de capacité d'une fibre
 - ★ Réseau, chemin = notions "classiques" de graphes
 - ★ Chemins en conflit = chemins non disjoints
- Routage = trouver des chemins dans un graphe
 - ★ Problématique connue : plus court chemin, flot, multiflot, . . .
- Affectation de longueur d'onde = coloration classique de chemins
 - ★ Équivalent à de la coloration de graphe
 - ★ On mesure le ratio entre la charge l et le nombre de couleurs w

Un premier modèle simplifié

- Lien physique \rightarrow 1 fibre
 - ★ On oublie les contraintes de capacité d'une fibre
 - ★ Réseau, chemin = notions "classiques" de graphes
 - ★ Chemins en conflit = chemins non disjoints
- Routage = trouver des chemins dans un graphe
 - ★ Problématique connue : plus court chemin, flot, multiflot, . . .
- Affectation de longueur d'onde = coloration classique de chemins
 - ★ Équivalent à de la coloration de graphe
 - ★ On mesure le ratio entre la charge l et le nombre de couleurs w

Déjà difficile !

Relaxation et approximation

- Relaxation linéaire : coloration fractionnaire
 - ★ Définie par (*Lovász 75, Grötschel et al 93*)
 - ★ Coloration = problème de couverture
 - ★ Arbres de degré borné (*ICALP 01*) (\Rightarrow treewidth bornée)

Relaxation et approximation

- Relaxation linéaire : coloration fractionnaire
 - ★ Définie par (*Lovász 75, Grötschel et al 93*)
 - ★ Coloration = problème de couverture
 - ★ Arbres de degré borné (*ICALP 01*) (\Rightarrow treewidth bornée)
- Approximation
 - ★ Cycles
 - * $\frac{3}{2}$ -apx (*Karapetyan 70*), $(1 + \frac{1}{e})$ -apx aléatoire (*Kumar 98*)

Relaxation et approximation

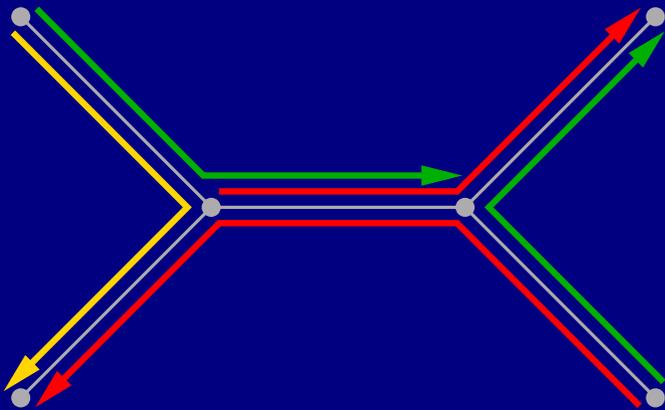
- Relaxation linéaire : coloration fractionnaire
 - ★ Définie par (*Lovász 75, Grötschel et al 93*)
 - ★ Coloration = problème de couverture
 - ★ Arbres de degré borné (*ICALP 01*) (\Rightarrow treewidth bornée)

- Approximation
 - ★ Cycles
 - * $\frac{3}{2}$ -apx (*Karapetyan 70*), $(1 + \frac{1}{e})$ -apx aléatoire (*Kumar 98*)

 - ★ Arbres orientés symétriques
 - * $\frac{5}{3}$ -apx (*Erlebach et al. 99*)
 - * $(1 + \frac{5}{3e})$ -apx aléatoire (degré borné) (*ICALP 01*)

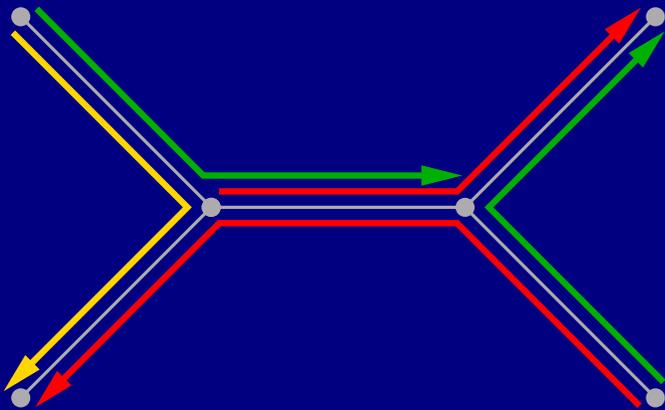
Écart nombre de couleurs/charge

- Mesure d'efficacité



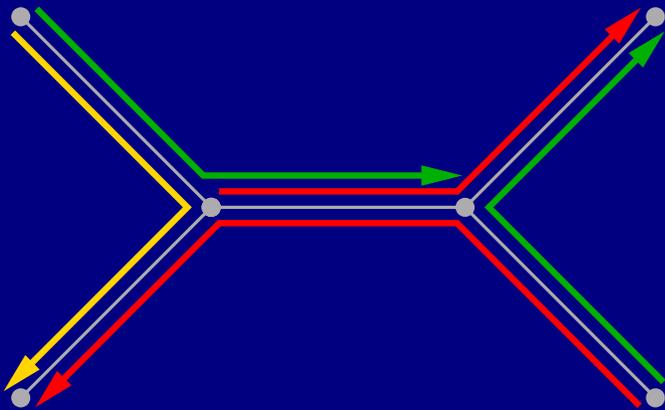
Écart nombre de couleurs/charge

- Mesure d'efficacité
- Flexibilité dans l'affectation de longueurs d'onde



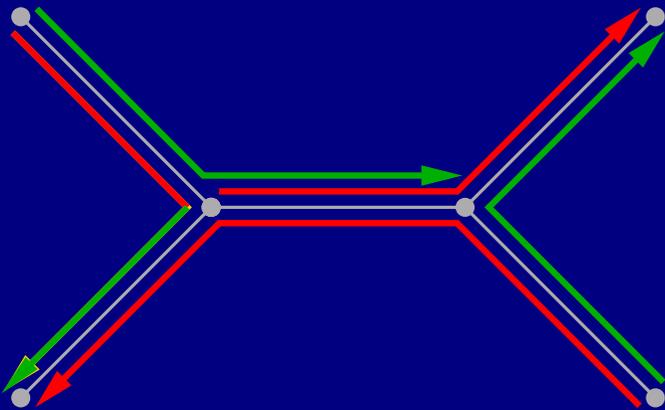
Écart nombre de couleurs/charge

- Mesure d'efficacité
- Flexibilité dans l'affectation de longueurs d'onde
- Deux solutions technologiques majeures
 - ★ Conversion de longueur d'onde



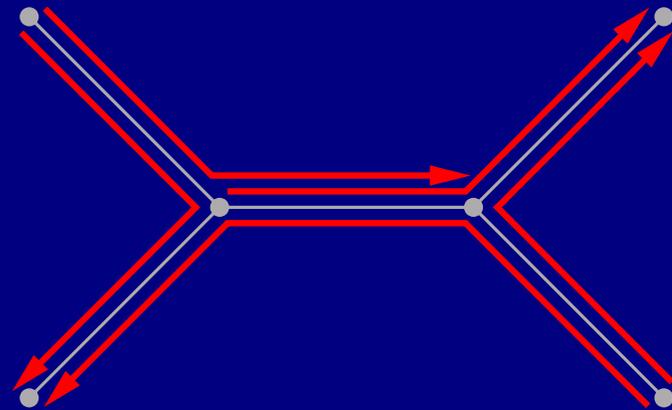
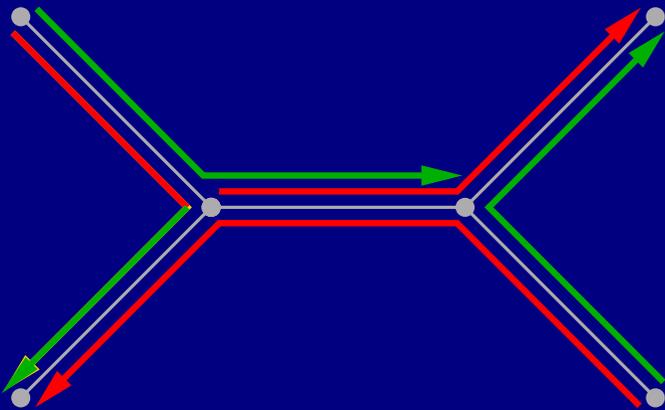
Écart nombre de couleurs/charge

- Mesure d'efficacité
- Flexibilité dans l'affectation de longueurs d'onde
- Deux solutions technologiques majeures
 - ★ Conversion de longueur d'onde



Écart nombre de couleurs/charge

- Mesure d'efficacité
- Flexibilité dans l'affectation de longueurs d'onde
- Deux solutions technologiques majeures
 - ★ Conversion de longueur d'onde
 - ★ Réseaux multifibres

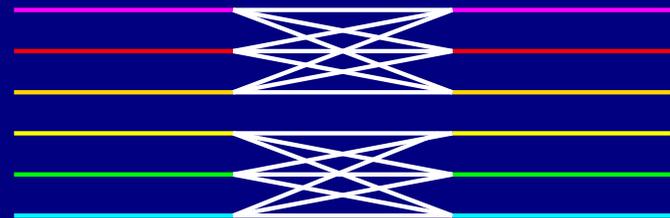
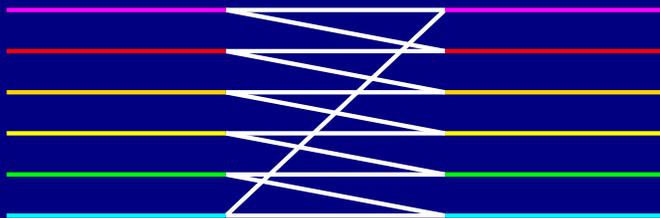


Différents modèles de conversion

- Conversion totale
 - ★ Chaque fréquence vers toutes
 - ★ Irréaliste optiquement (\Rightarrow délai électronique)
 - ★ Cher \mapsto placement stratégique (*Togni 00*)
 - * Décomposition en réseaux *simples*
 - * Interface entre réseaux

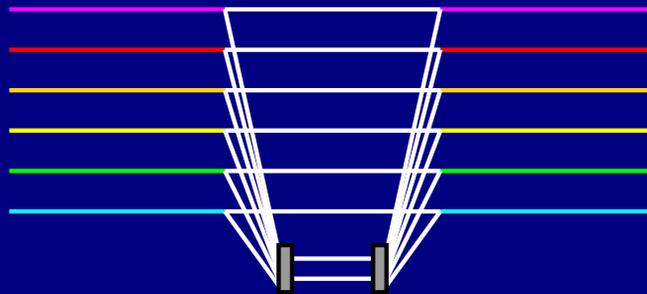
Différents modèles de conversion

- Conversion totale
 - ★ Chaque fréquence vers toutes, rarement
- Conversion limitée
 - ★ Chaque fréquence vers certaines, partout (*Auletta et al. 01*)
 - ★ Moins coûteux
 - ★ Optiquement réalisable (décalage en fréquence)



Différents modèles de conversion

- Conversion totale
 - ★ Chaque fréquence vers toutes, rarement
- Conversion limitée
 - ★ Chaque fréquence vers certaines, partout
- Conversion partielle : quelques fréquences vers toutes, partout
 - ★ Relaxation du précédent mais de plus en plus réaliste
 - ★ Très grande flexibilité



Réseaux multifibres

- Lien physique = faisceau de fibres

Réseaux multifibres

- Lien physique = faisceau de fibres
 - ★ Réalité pratique : coût d'installation, flexibilité opérationnelle

Réseaux multifibres

- Lien physique = faisceau de fibres
 - ★ Réalité pratique : coût d'installation, flexibilité opérationnelle
- Nouvelle approche du sujet
 - ★ 2 fibres parallèles sont équivalentes
 - ★ Chemin optique = suite de liens
 - ★ Conflits ?

Réseaux multifibres

- Lien physique = faisceau de fibres
 - ★ Réalité pratique : coût d'installation, flexibilité opérationnelle
- Nouvelle approche du sujet
 - ★ 2 fibres parallèles sont équivalentes
 - ★ Chemin optique = suite de liens
 - ★ Conflits de groupe : *pas plus de k chemins de même couleur*

Réseaux multifibres

- Lien physique = faisceau de fibres
 - ★ Réalité pratique : coût d'installation, flexibilité opérationnelle
- Nouvelle approche du sujet
 - ★ 2 fibres parallèles sont équivalentes
 - ★ Chemin optique = suite de liens
 - ★ Conflits de groupe
- Souplesse dans la coloration (*Margara et al. 00, Li et al. 00*)
 - ★ Étoiles non-orientées et arbres de hauteur 2, 2 fibres/liens
 - ★ Mais pas toujours
 - Augmenter le nombre de fibres peut faire diminuer l'efficacité

Réseaux multifibres

- Lien physique = faisceau de fibres
 - ★ Réalité pratique : coût d'installation, flexibilité opérationnelle
- Nouvelle approche du sujet
 - ★ 2 fibres parallèles sont équivalentes
 - ★ Chemin optique = suite de liens
 - ★ Conflits de groupe
- Souplesse dans la coloration

Problème : Réseau = multigraphe . . .

Réseaux k –fibres

- Liens de “taille” constante : k fibres
 - ★ Le réseau redevient un graphe.
- Conflits k à k

Sur chaque lien, au plus k chemins peuvent partager une longueur d'onde

Réseaux k –fibres

- Liens de “taille” constante : k fibres
 - ★ Le réseau redevient un graphe.
- Conflits k à k
- $\forall G, \exists k(G)$ nb de fibres “optimal” (*Margara et al. 01*)
 - ★ Pour un cycle à n sommets, $k(C_n) \simeq n! \dots$

Réseaux k –fibres

- Liens de “taille” constante : k fibres
 - ★ Le réseau redevient un graphe.
- Conflits k à k
- $\forall G, \exists k(G)$ nb de fibres “optimal” (*Margara et al. 01*)
 - ★ Pour un cycle à n sommets, $k(C_n) \simeq n! \dots$
- Equivalent à la coloration de l'*hypergraphe des conflits* (*ALGOTEL'01*)
 - ★ \mathcal{NP} -complet même à k fixé (*ALGOTEL'02*)
- Approximations basées sur cette formulation (*ALGOTEL'02, ICT'03*)
 - ★ Combinatoire aléatoire, relaxation + arrondi aléatoire

Routage optique avec conversion partielle

D. Coudert & H. Rivano

(ALGOTEL 02, Globecom 02)

Notre problème

- Dimensionnement de réseaux WDM multifibres avec conversion
 - ★ **Entrées :**
 - * Un réseau, G
 - * Une instance I de requêtes de communications sur G
 - ★ **Sortie :** Des ressources telles que I puisse être routée dans G .
 - * w longueurs d'onde
 - * $k(e)$ fibres / lien
 - * $c(u)$ conversions par nœud
 - ★ **Objectif :** Minimiser ces ressources
- Multi-critères

Problème de décision associé

- Problème du routage optique
 - ★ **Entrées :**
 - * Un réseau, G
 - * Des ressources w , k et c
 - * Une instance I de requêtes de communications sur G
 - ★ **Question :**
 - * Existe-t-il un routage de I dans G avec ces ressources ?

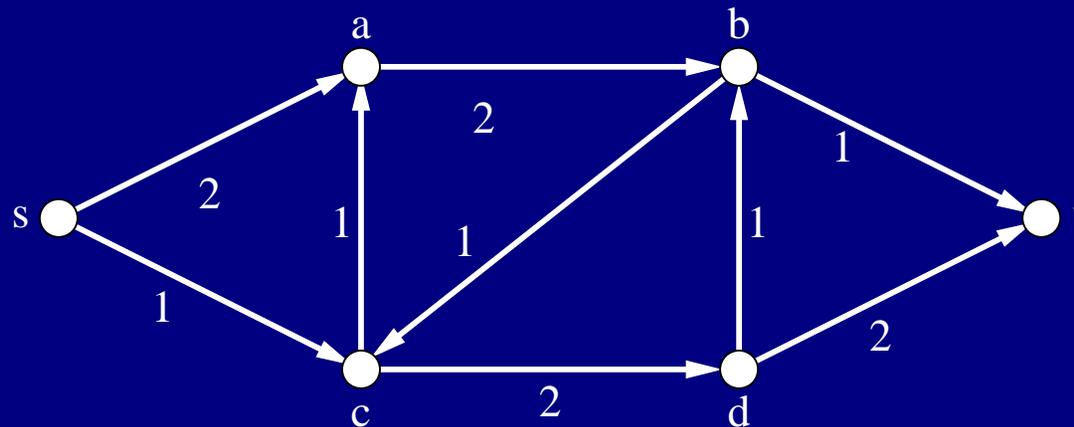
Problème de décision associé

- Problème du routage optique
 - ★ Entrées :
 - * Un réseau, G
 - * Des ressources w , k et c
 - * Une instance I de requêtes de communications sur G
 - ★ Question :
 - * Existe-t-il un routage de I dans G avec ces ressources ?
- Modélisation en flot
 - ★ Extension de (*Beauquier et al. 1998*)
 - ★ Comparable à (*IEEE Comm. Let., 2001*), (*IEEE ICC, 2002*)

Flot & réseau de flot

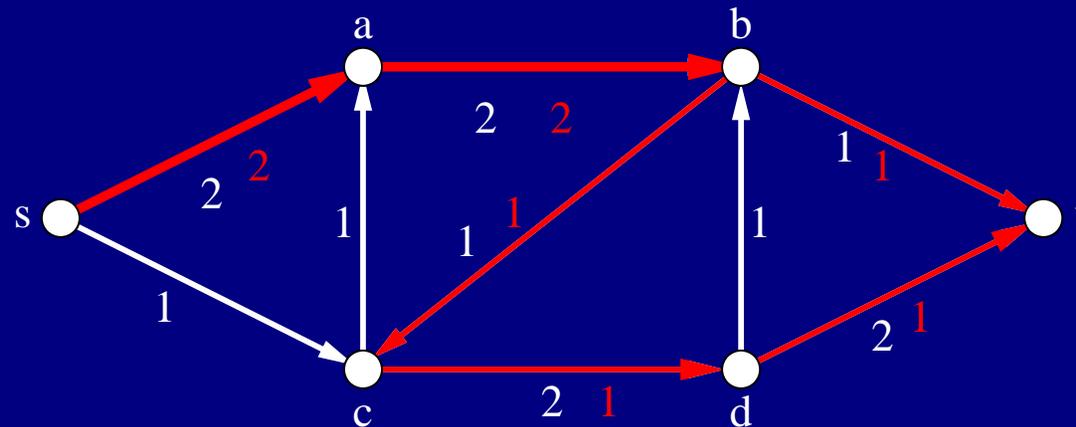
- Réseau de flot

- ★ Graphe orienté $G = (V, A)$
- ★ Une fonction de capacité sur les arcs ($\forall (u, v) \in A, c(u, v) \geq 0$)
- ★ Une source s et un puit t .



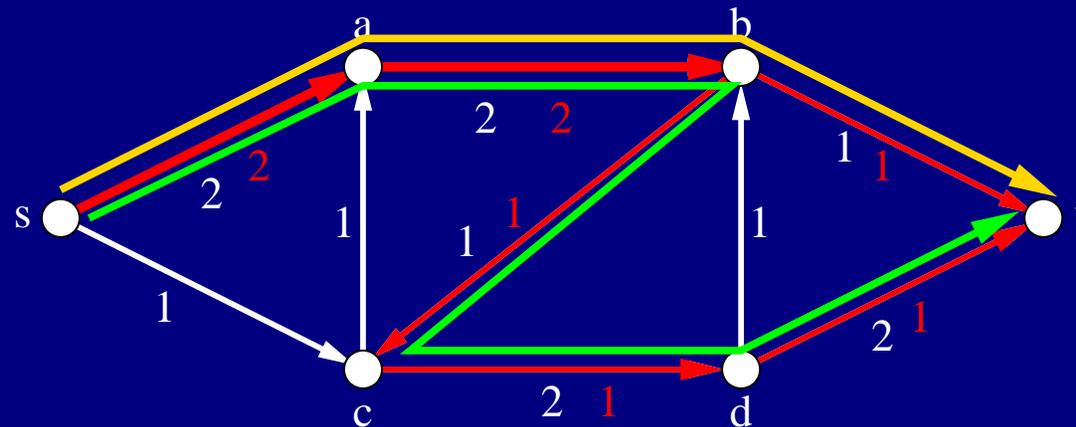
Flot & réseau de flot

- Réseau de flot
- Flot
 - ★ Fonction $f : E \rightarrow \mathbf{N}$ (ou \mathbf{R})
 - ★ Conservation du flot
 - ★ Contraintes de capacité.



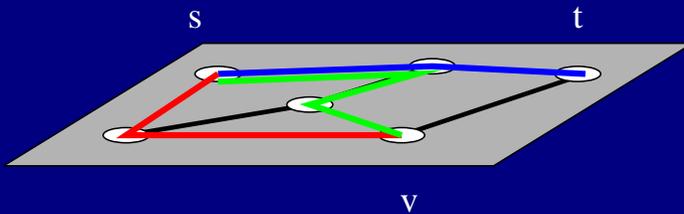
Flot & réseau de flot

- Réseau de flot
- Flot
- Un d - (s, t) -flot se décompose en d chemins.



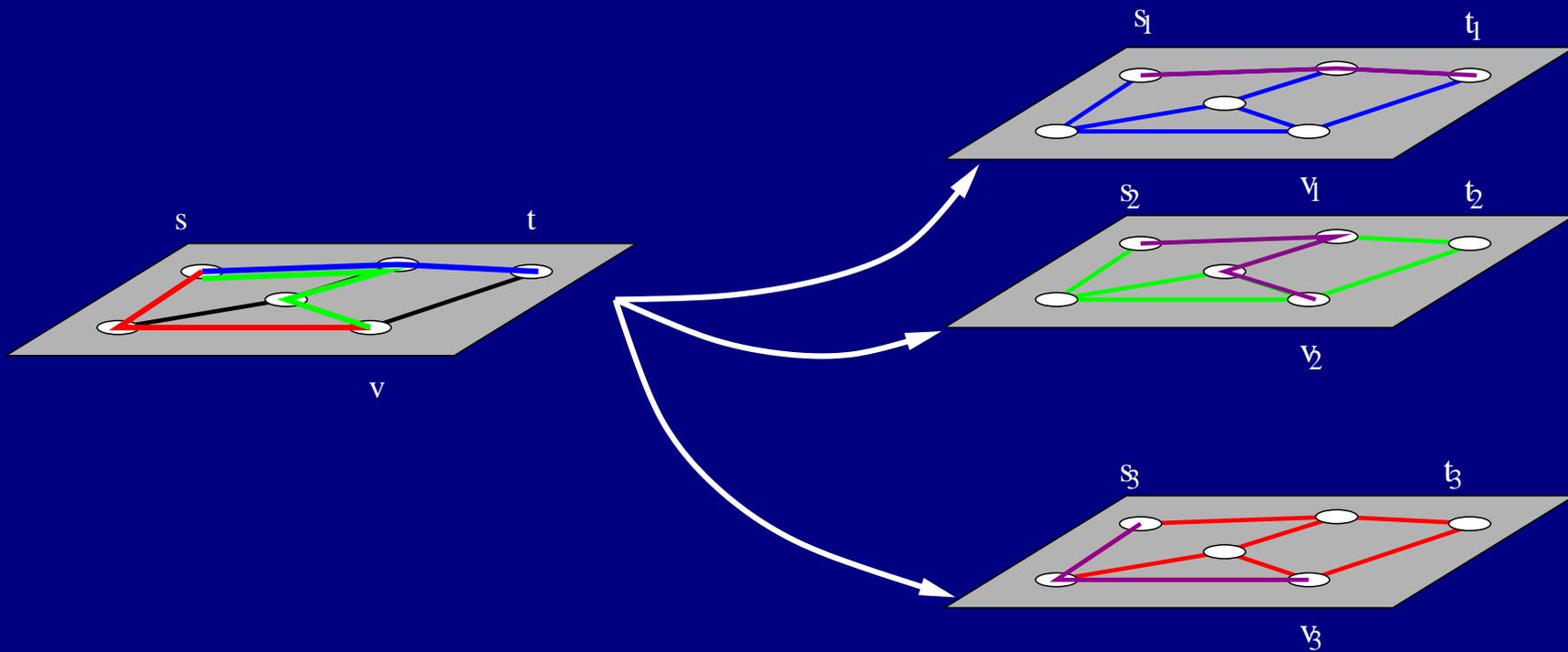
Modélisation en flot (préliminaire)

- 3 longueurs d'ondes

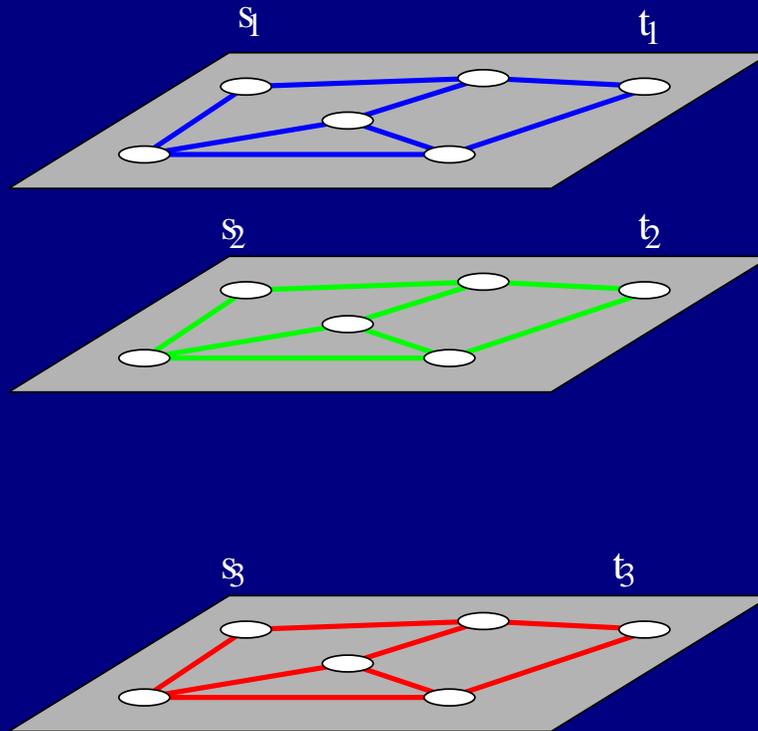


Modélisation en flot (préliminaire)

- 3 longueurs d'ondes \rightarrow 3 *mondes* différents

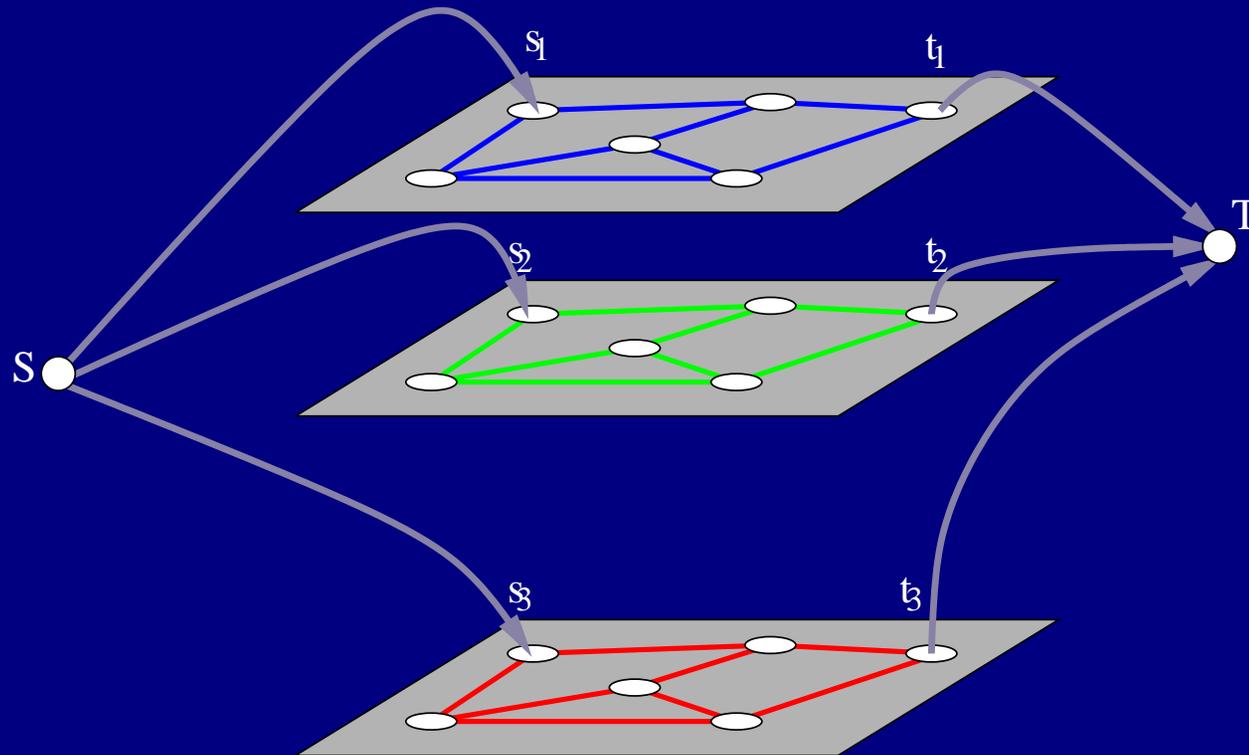


Modélisation en flot



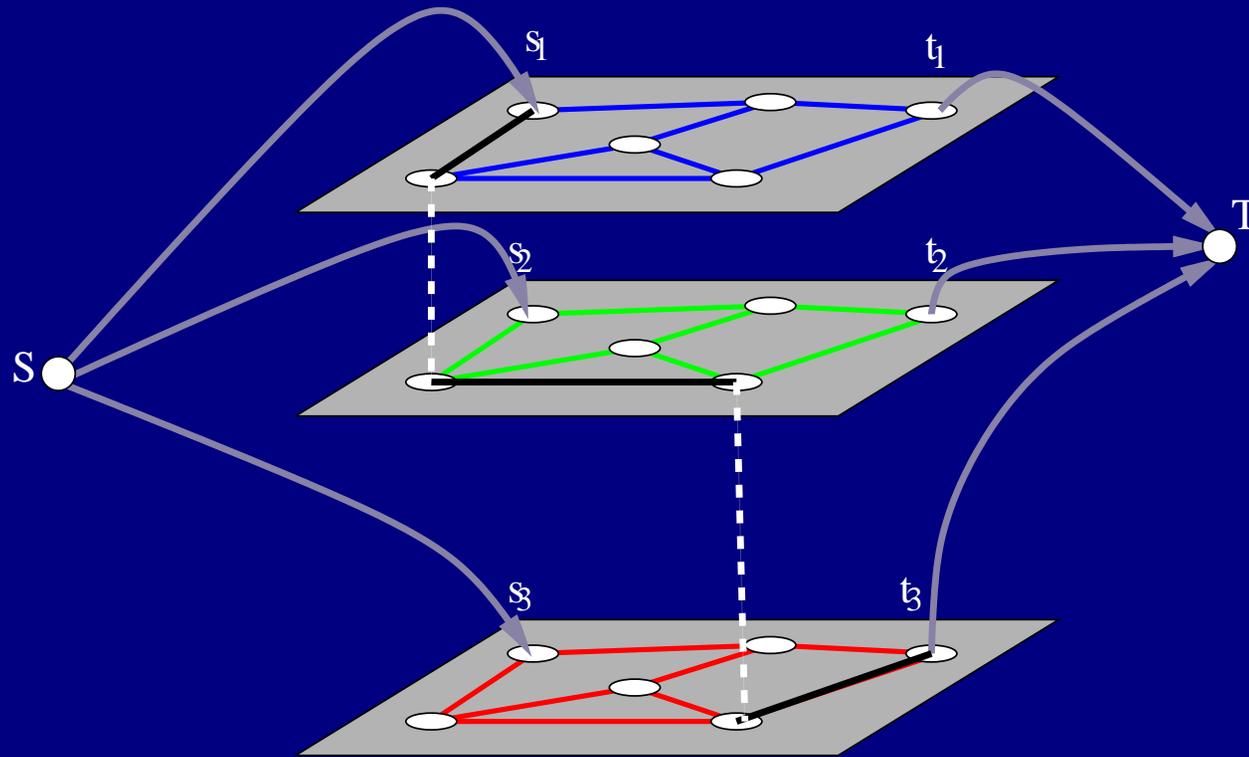
Chemin monochromatique
de s à t dans G

Modélisation en flot



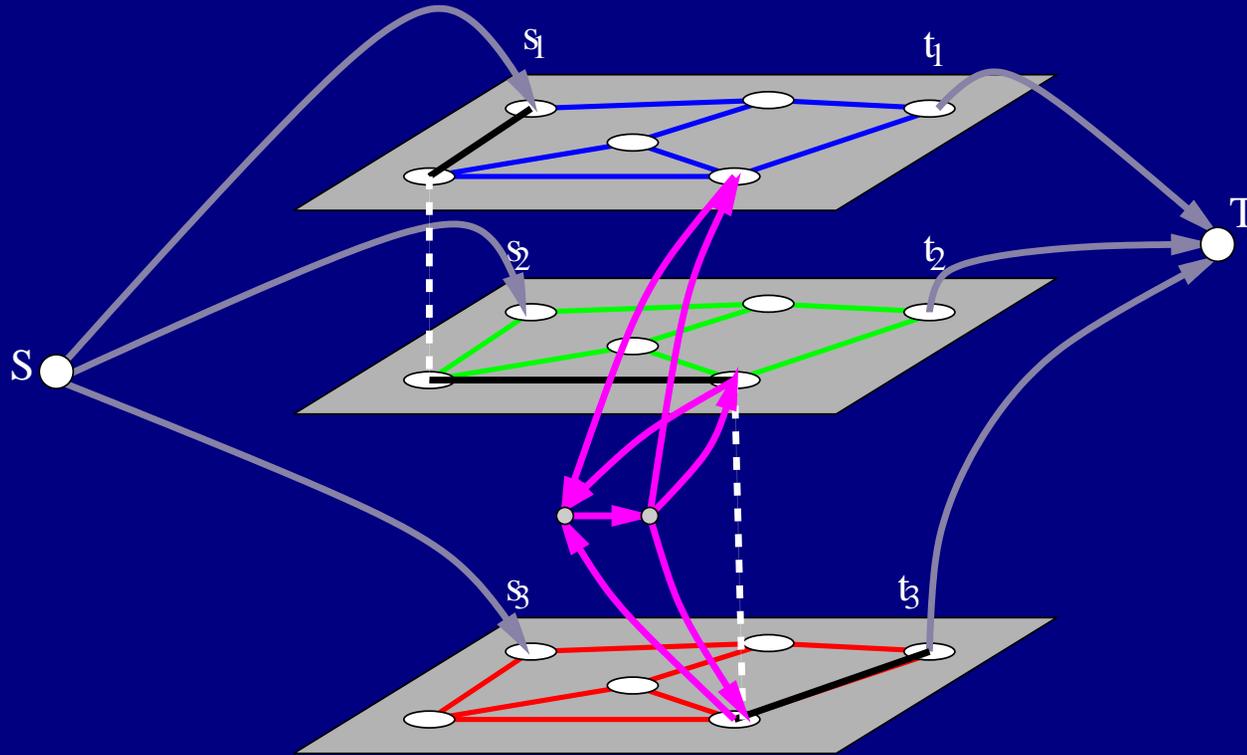
Chemin monochromatique de s à t dans G \Leftrightarrow Flot de S à T dans \mathcal{N}

Modélisation en flot



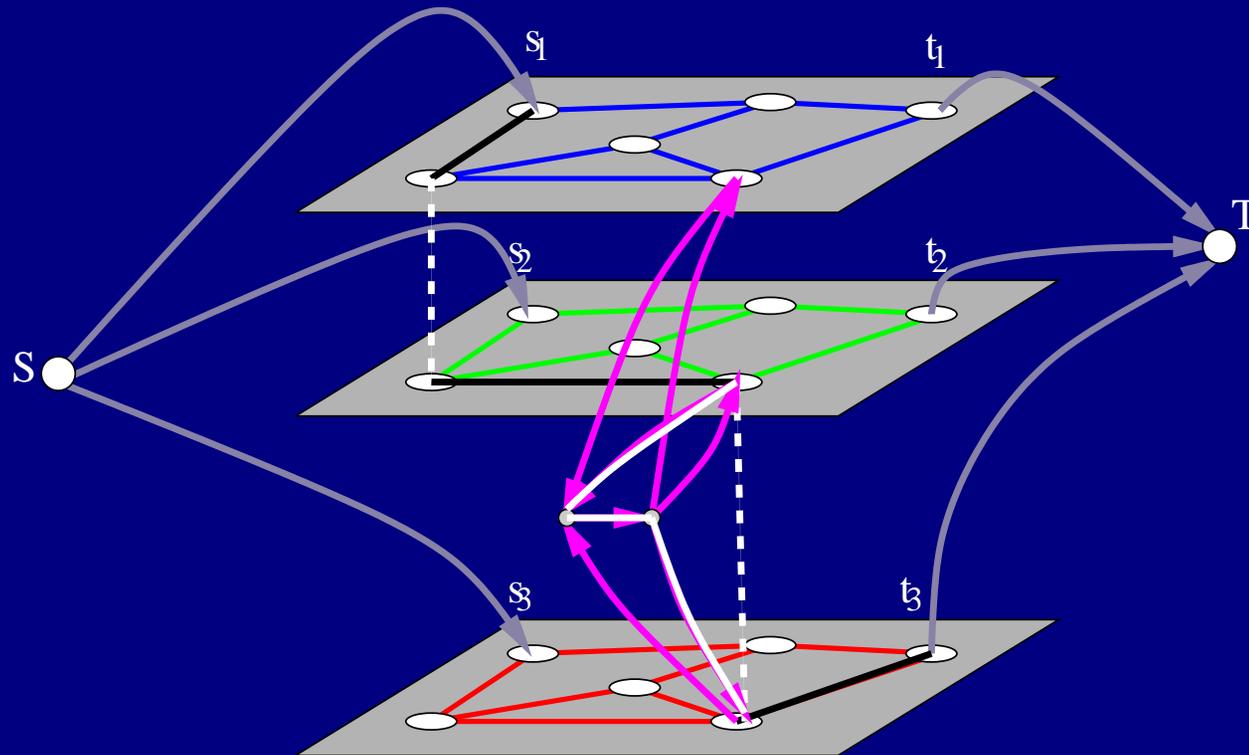
Chemin optique de s à t
dans G

Modélisation en flot



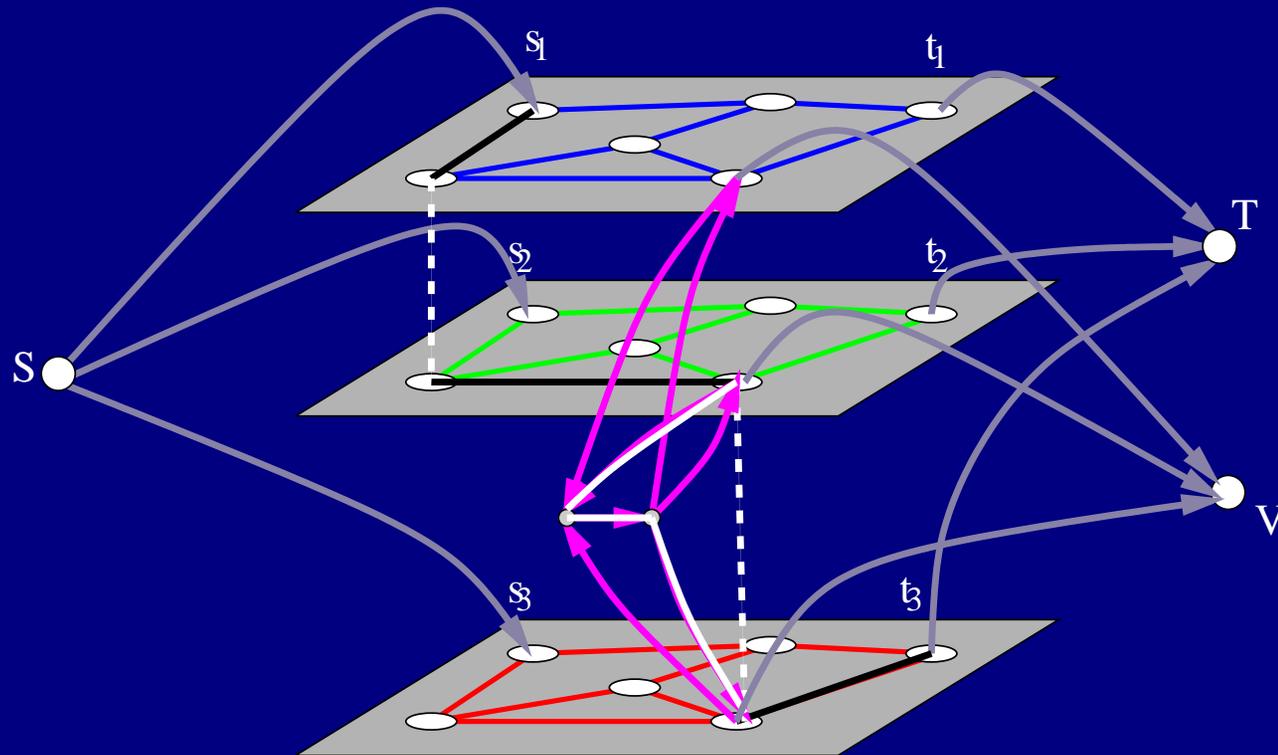
Chemin optique de s à t
dans G

Modélisation en flot



Chemin optique de s à t dans G \Leftrightarrow Flot de S à T dans \mathcal{N}

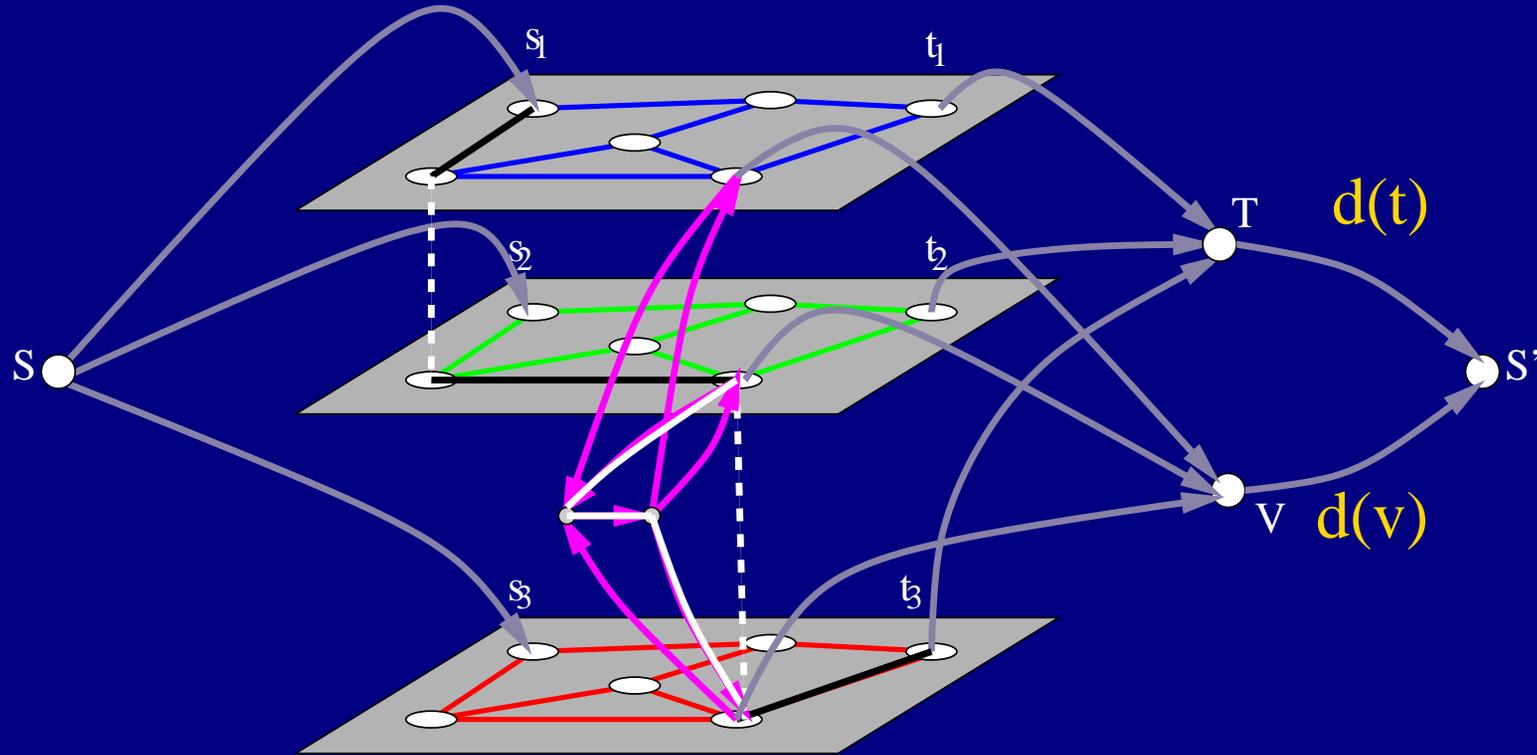
Modélisation en flot



Routage de M_s dans G

M_s est le *multi-unicast* des requêtes issues de s .

Modélisation en flot

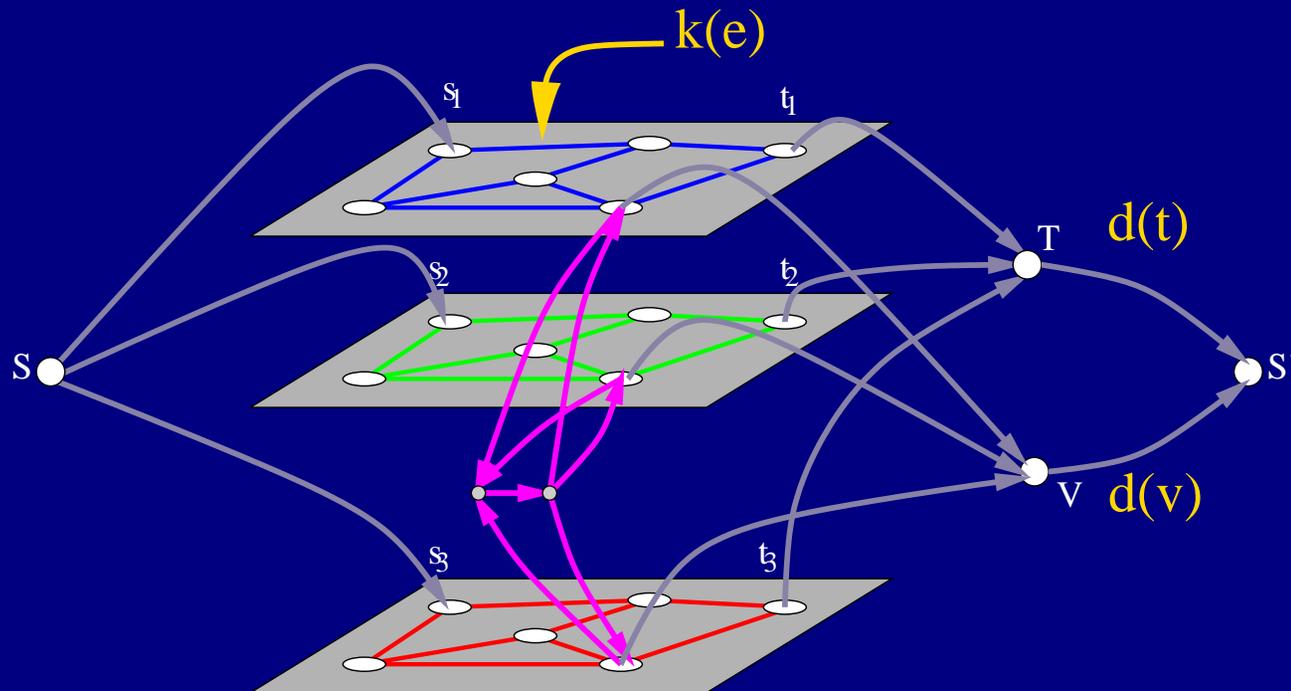


Routage de M_s dans G

\Leftrightarrow $|M_s|$ -flot de S à S' dans \mathcal{N}

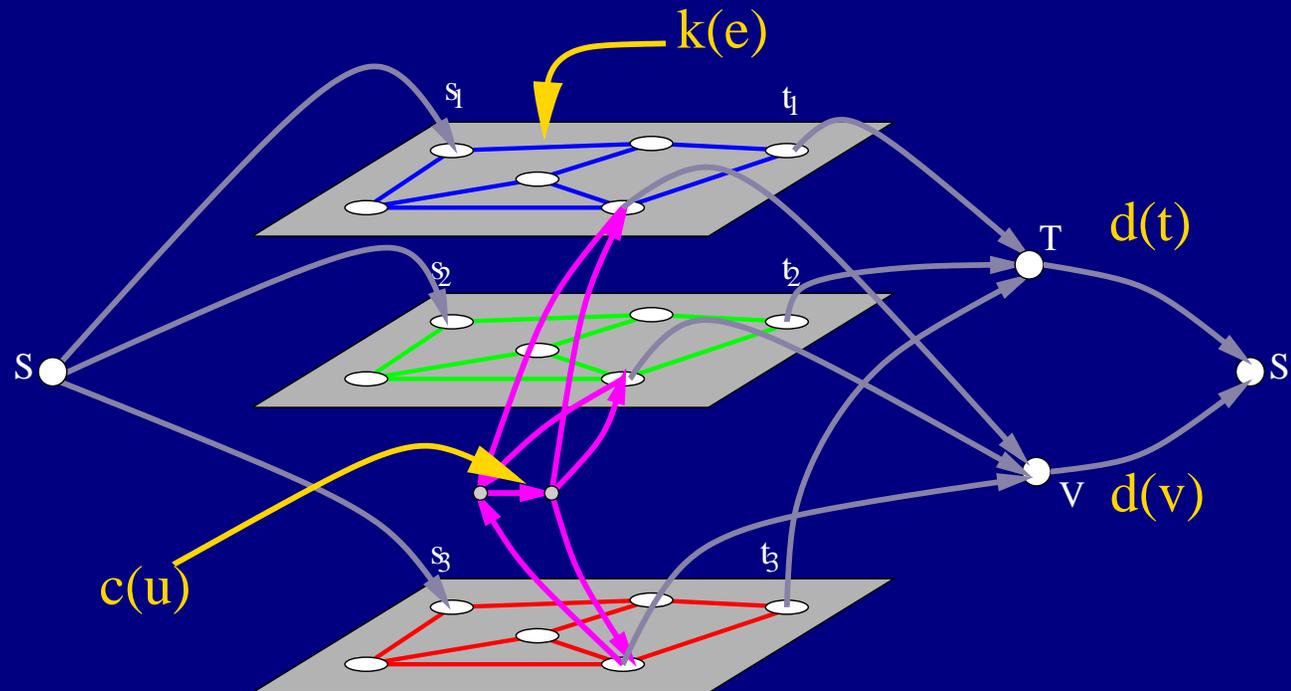
Capacité des arcs

- $k(e)$ fibres sur le lien e
 $\Leftrightarrow k(e)$ chemins par couleur sur e
 \Leftrightarrow capacité des copies de $e = k(e)$



Capacité des arcs

- $k(e)$ fibres sur le lien e
- $c(u)$ conversions au nœud u
- \Leftrightarrow capacité du motif de conversion = $c(u)$



Un premier point

- Réseau WDM multifibres avec conversion
 - ★ Structure décrite par le réseau de flot
- Instance de multi-unicast \leftrightarrow flot
 - ★ Agrégation de l'information : $M_s = \{(s, u) \mid (s, u) \in I\}$
 - ★ Se résout en temps **polynômial**

Un premier point

- Réseau WDM multifibres avec conversion
 - ★ Structure décrite par le réseau de flot
- Instance de multi-unicast \leftrightarrow flot
 - ★ Agrégation de l'information : $M_s = \{(s, u) \mid (s, u) \in I\}$
 - ★ Se résout en temps **polynômial**
- On atteint les limites de l'agrégation
 - ★ Besoin d'un outil plus puissant que le simple flot
 - ★ $I = \cup_{s \in V} M_s \Rightarrow$ multiflot

Intuition de multiflot

- Un réseau de flot
- n flots $s_i \rightarrow t_i$

Intuition de multiflot

- Un réseau de flot
- n flots $s_i \rightarrow t_i$
- Cohabitation
 - ★ $\forall i$, conservation du flot i
 - ★ Respect des capacités : $\sum_i f_i \leq c$.

Intuition de multiflot

- Un réseau de flot
- n flots $s_i \rightarrow t_i$
- Cohabitation
 - ★ $\forall i$, conservation du flot i
 - ★ Respect des capacités : $\sum_i f_i \leq c$.
- S'écrit comme un ILP
 - ★ Tout n'est que somme, égalité et inégalité
 - ★ \mathcal{NP} -difficile en nombres entiers

Modélisation en flot (conclusion)

- Instance générale \leftrightarrow multiflot
 - ★ Agrégation en multi-unicasts
 - ★ ILP : $O(|V|.|E|.w)$ variables et $O(|V|^2.w)$ contraintes
 - ★ Indépendent du nombre de fibres et de conversions.

Modélisation en flot (conclusion)

- Instance générale \leftrightarrow multiflot
 - ★ Agrégation en multi-unicasts
 - ★ ILP : $O(|V|.|E|.w)$ variables et $O(|V|^2.w)$ contraintes
 - ★ Indépendent du nombre de fibres et de conversions.
- Améliore les cas moins généraux:
 - ★ Monofibre sans conversion [IEEE Comm. Let., 2001]
 - ★ Monofibre avec conversion [IEEE ICC, 2002]
 $O(|V|^2.|E|.w)$ variables et $O(|V|^3.w)$ contraintes

Modélisation en flot (conclusion)

- Instance générale \leftrightarrow multiflot
 - ★ Agrégation en multi-unicasts
 - ★ ILP : $O(|V|.|E|.w)$ variables et $O(|V|^2.w)$ contraintes
 - ★ Indépendent du nombre de fibres et de conversions.
- Améliore les cas moins généraux:
 - ★ Monofibre sans conversion [IEEE Comm. Let., 2001]
 - ★ Monofibre avec conversion [IEEE ICC, 2002]
 $O(|V|^2.|E|.w)$ variables et $O(|V|^3.w)$ contraintes
- Mais : toujours NP-difficile en nombres entiers

Besoin d'approximations

Approximations

- La relaxation linéaire d'un multiflot se calcule en temps polynômial
- Un flot fractionnaire \rightarrow chemins pondérés
 - ★ Somme des poids sur un arc = capacité utilisée
- Arrondi aléatoire *par chemins*
 - ★ Résultat classique (*Raghavan 94*)
 - ★ Insuffisamment précis ($\log n$ apx)

Approximations

- La relaxation linéaire d'un multiflot se calcule en temps polynômial
- Un flot fractionnaire \rightarrow chemins pondérés
 - ★ Somme des poids sur un arc = capacité utilisée
- Arrondi aléatoire *par chemins*
 - ★ Résultat classique (*Raghavan 94*)
 - ★ Insuffisamment précis ($\log n$ apx)
- 2 heuristiques toujours meilleures
 - ★ Meilleur respect des capacités
 - ★ Plus lentes

Arrondi aléatoire (*Raghavan 94*)

- Algorithme :
 1. Multiflot fractionnaire (CPLEX)
 2. Pour chaque $(s, t) \subseteq I$
 - (a) Récupérer les chemins pondérés de S à T
 - (b) Choisir aléatoirement $d_s(t)$ chemins
 - ★ Probabilité : poids
 - ★ Indépendamment

Arrondi aléatoire (*Raghavan 94*)

- Algorithme :
 1. Multiflot fractionnaire (CPLEX)
 2. Pour chaque $(s, t) \subseteq I$
 - (a) Récupérer les chemins pondérés de S à T
 - (b) Choisir aléatoirement $d_s(t)$ chemins
 - ★ Probabilité : poids
 - ★ Indépendamment
- Problème : nombre exponentiel de chemins
 - ★ Construction et choix simultanés (marche aléatoire)

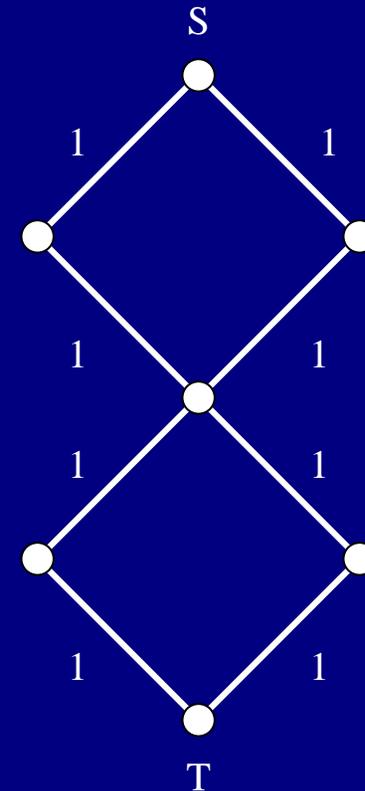
Arrondi aléatoire (*Raghavan 94*)

- Algorithme :
 1. Multiflot fractionnaire (CPLEX)
 2. Pour chaque $(s, t) \subseteq I$
 - (a) Récupérer les chemins pondérés de S à T
 - (b) Choisir aléatoirement $d_s(t)$ chemins
 - ★ Probabilité : poids
 - ★ Indépendamment
- Problème : nombre exponentiel de chemins
 - ★ Construction et choix simultanés (marche aléatoire)

Théorème : La capacité entière utilisée sur chaque arête est *proche* de la capacité fractionnaire.

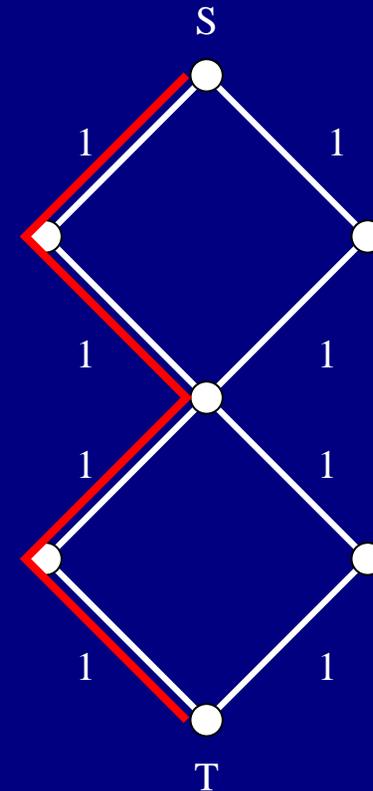
Limitations de cette approche

- Suite de choix indépendants
 - ★ Analyse *facile*
 - ★ Rapide à calculer
- Mais : non respect des capacités
 - ★ Nombre de fibres
 - ★ Nombre de conversions



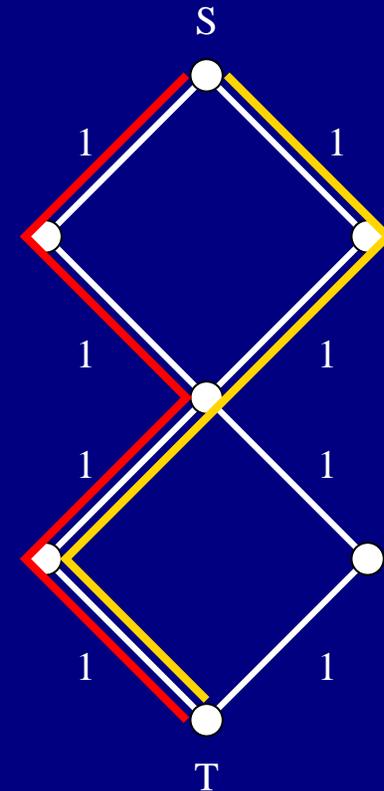
Limitations de cette approche

- Suite de choix indépendants
 - ★ Analyse *facile*
 - ★ Rapide à calculer
- Mais : non respect des capacités
 - ★ Nombre de fibres
 - ★ Nombre de conversions



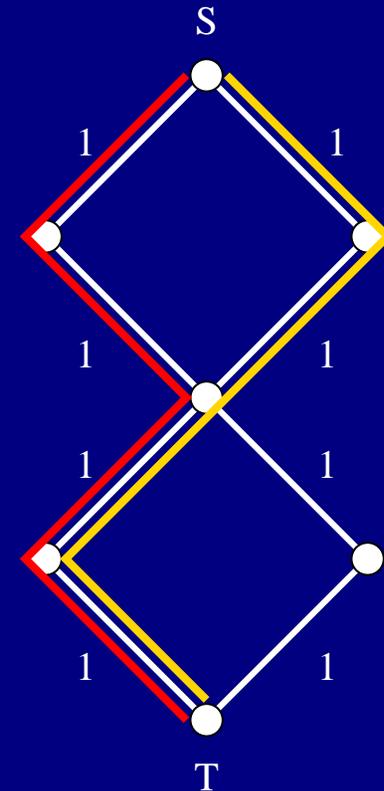
Limitations de cette approche

- Suite de choix indépendants
 - ★ Analyse *facile*
 - ★ Rapide à calculer
- Mais : non respect des capacités
 - ★ Nombre de fibres
 - ★ Nombre de conversions



Limitations de cette approche

- Suite de choix indépendants
 - ★ Analyse *facile*
 - ★ Rapide à calculer
- Mais : non respect des capacités
 - ★ Nombre de fibres
 - ★ Nombre de conversions
- Il faut introduire de la dépendance entre les choix



Amélioration

- Faire $|I|$ fois
 1. Calculer la solution fractionnaire du multiflot
 2. Choisir un sommet $s \in V$ tel que $|M_s| \neq 0$
 3. Choisir un chemin μ depuis s (marche aléatoire)
 4. Mettre à jour
 - (a) L'instance: $M_s \leftarrow M_s - \mu$
 - (b) Les ressources (k , w et c) le long de μ

Amélioration

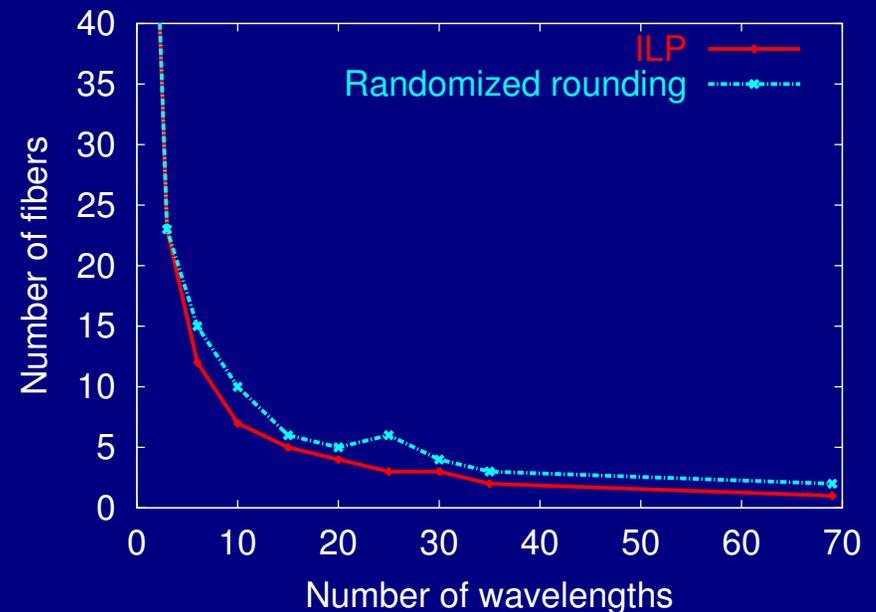
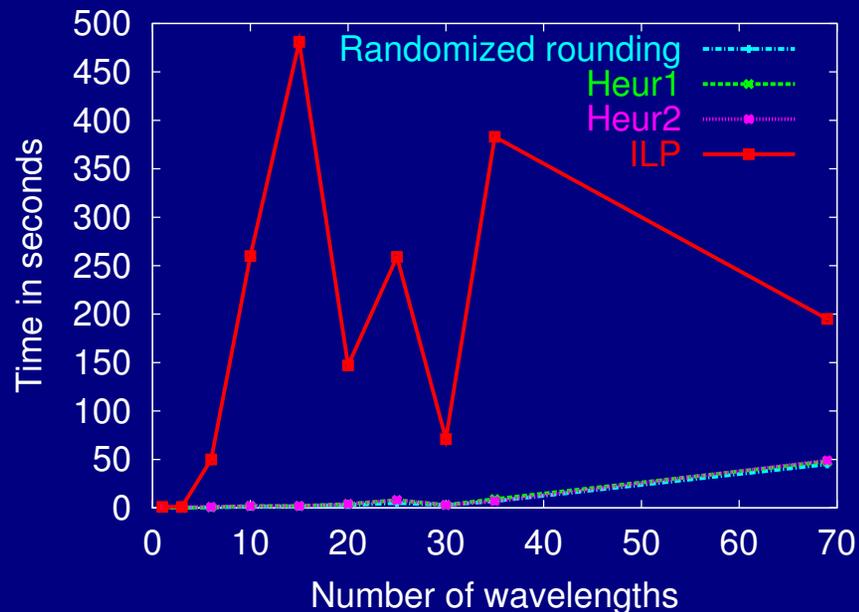
- Faire $|I|$ fois
 1. Calculer la solution fractionnaire du multiflot
 2. Choisir un sommet $s \in V$ tel que $|M_s| \neq 0$
 3. Choisir un chemin μ depuis s (marche aléatoire)
 4. Mettre à jour
 - (a) L'instance: $M_s \leftarrow M_s - \mu$
 - (b) Les ressources (k , w et c) le long de μ
- Un routage respecte les capacités
- $O(|V|^2)$ calculs de multiflots

Compromis

- Faire $|I|/|V|$ fois
 1. Calculer la solution fractionnaire du multiflot
 2. Pour tout sommet $s \in V$ tel que $|M_s| \neq 0$
 - (a) Choisir un chemin μ depuis s (marche aléatoire)
 - (b) Mettre à jour
 - i. L'instance: $M_s \leftarrow M_s - \mu$
 - ii. Les ressources (k , w et c) le long de μ
- $O(|V|)$ calculs de multiflots
- Pas de garantie de respect des capacités

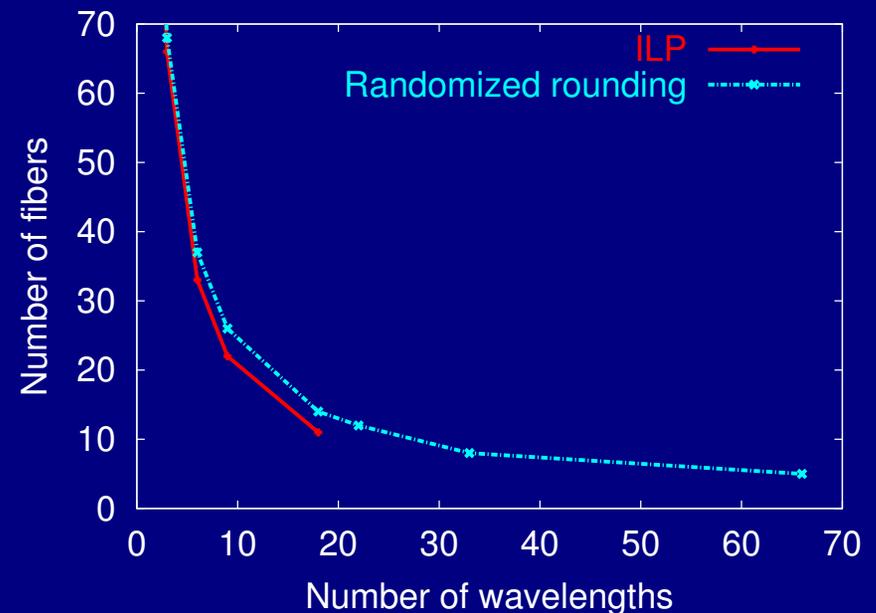
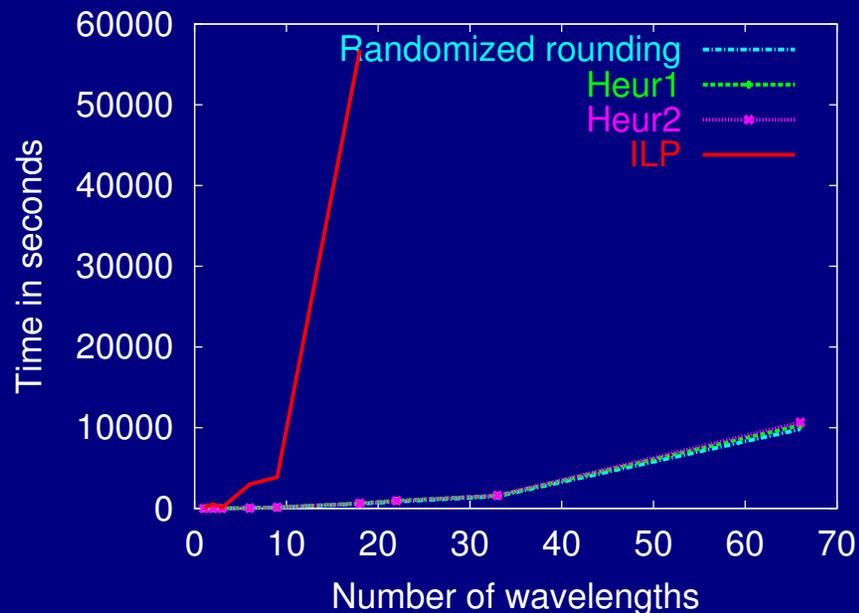
Simulations

- Anneau
 - ★ 10 nœuds
 - ★ Instance aléatoire à 376 requêtes
 - * Requête entre u et v avec probabilité $4/5$ et poids ≤ 10



Simulations (2)

- Backbone américain, projet RNRT PORTO
 - ★ 65 nœuds et 75 liens
 - ★ 1305 requêtes



Conclusion

- Dimensionnement de réseaux WDM
 - ★ Enrichissement du modèle
- Des outils puissants qu'il faut maîtriser
 - ★ Programmation linéaire en nombres entiers
 - ★ Arrondi aléatoire
 - ★ Agrégation de données
- De nouveaux algorithmes d'approximation pour le multiflot
 - ★ Basés sur l'arrondi aléatoire classique
 - ★ Performance et complexité à évaluer finement

Perspectives

- Modélisation
 - ★ Protection et restauration
 - ★ Groupage du trafic
 - ★ Dynamicité
- Améliorations des algorithmes
 - ★ Approximations du multiflot fractionnaire
 - * $1 + \epsilon$ apx combinatoires rapides (*Fleischer 99*)
 - ★ De meilleures stratégies ?
 - * Détecter les liens critiques
- Trouver des instances réelles “difficiles”