

Exemple d'exécution de LLL

Damien STEHLÉ

$$d = 4, \kappa = 2, (\delta, \eta) = (0.75, 0.501)$$

$$\begin{bmatrix} 63 & 14 & 27 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3.97E3 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ \hline & 1.0 & & \\ 0.222 & 1.00 & & \\ 0.429 & 0.00 & 1.00 & \\ 0.0317 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 = 0.222^2 \cdot 3.97E3^2 + 1.0 < 0.75 \cdot 3.97E3 = \delta \cdot \|\mathbf{b}_1\|^2.$$

$$\mathbf{b}_2 \leftrightarrow \mathbf{b}_1.$$

$$\kappa = 2$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 63 & 27 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 197.0 & 20.2 & 1.00 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 4.48 & 1.00 & & \\ 1.92 & 0.429 & 1.00 & \\ 0.142 & 0.0317 & -2.21E-29 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_2 := \mathbf{b}_2 - 4\mathbf{b}_1.$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 = 0.48^2 \cdot 197.0 + 20.2 < 0.75 \cdot 197.0$$

$$\mathbf{b}_2 \leftrightarrow \mathbf{b}_1.$$

$$\kappa = 2$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 14 & 27 & 2 \\ -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 65.0 & 61.1 & 1.00 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 1.45 & 1.00 & & \\ 2.91 & 1.71 & 1.00 & \\ 0.215 & 0.127 & -2.52E-29 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_2 := \mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1.$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 = 0.45^2 \cdot 65.0 + 61.1 \geq 0.75 \cdot 65.0.$$

$$\kappa = 3$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 7 & 27 & 2 \\ -4 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 65.0 & 61.1 & 1.00 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.446 & 1.00 & & \\ 2.91 & 1.71 & 1.00 & \\ 0.215 & 0.127 & -2.52E-29 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_3 := \mathbf{b}_3 - 2\mathbf{b}_2 - 2\mathbf{b}_1.$$

$\kappa = 3$, après proprification

$$\begin{bmatrix} 7 & 7 & -1 & 2 \\ -4 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 65.0 & 61.1 & 1.00 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.446 & 1.00 & & \\ 0.0154 & -0.286 & 1.00 & \\ 0.215 & 0.127 & -2.52E-29 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_3^{(2)}\|^2 = 0.286^2 \cdot 61.1 + 1.00 < 0.75 \cdot 61.1 = \delta \cdot \|\mathbf{b}_2^*\|^2.$$
$$\mathbf{b}_3 \leftrightarrow \mathbf{b}_2.$$

$\kappa = 3$, après proprification

$$\begin{bmatrix} 7 & 7 & -1 & 2 \\ -4 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 65.0 & 61.1 & 1.00 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.446 & 1.00 & & \\ 0.0154 & -0.286 & 1.00 & \\ 0.215 & 0.127 & -2.52E-29 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_3^{(2)}\|^2 = 0.286^2 \cdot 61.1 + 1.00 < 0.75 \cdot 61.1 = \delta \cdot \|\mathbf{b}_2^*\|^2.$$

$$\mathbf{b}_3 \leftrightarrow \mathbf{b}_2.$$

$$\kappa = 2.$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 = 6 < 0.75 \cdot 65 = \delta \cdot \|\mathbf{b}_1\|^2.$$

$$\mathbf{b}_2 \leftrightarrow \mathbf{b}_1.$$

$$\kappa = 2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 7 & 7 & 2 \\ -2 & -4 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 64.9 & 10.2 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.167 & 1.00 & & \\ -2.83 & 0.491 & 1.00 & \\ -0.333 & 0.221 & 0.127 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 \geq \delta \cdot \|\mathbf{b}_1\|^2.$$

$$\kappa = 2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 7 & 7 & 2 \\ -2 & -4 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 64.9 & 10.2 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.167 & 1.00 & & \\ -2.83 & 0.491 & 1.00 & \\ -0.333 & 0.221 & 0.127 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 \geq \delta \cdot \|\mathbf{b}_1\|^2.$$

$$\kappa = 3.$$

$$\mathbf{b}_3 := \mathbf{b}_3 + 3 \cdot \mathbf{b}_1.$$

$$\|\mathbf{b}_3^{(2)}\|^2 = 0.491^2 \cdot 64.9 + 10.2 < 0.75 \cdot 64.9.$$

$$\mathbf{b}_3 \leftrightarrow \mathbf{b}_2.$$

$$\kappa = 2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 7 & 7 & 2 \\ -2 & -4 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 64.9 & 10.2 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.167 & 1.00 & & \\ -2.83 & 0.491 & 1.00 & \\ -0.333 & 0.221 & 0.127 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 \geq \delta \cdot \|\mathbf{b}_1\|^2.$$

$$\kappa = 3.$$

$$\mathbf{b}_3 := \mathbf{b}_3 + 3 \cdot \mathbf{b}_1.$$

$$\|\mathbf{b}_3^{(2)}\|^2 = 0.491^2 \cdot 64.9 + 10.2 < 0.75 \cdot 64.9.$$

$$\mathbf{b}_3 \leftrightarrow \mathbf{b}_2.$$

$$\kappa = 2.$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 = 26 \geq 0.75 \cdot 6.$$

$$\kappa = 3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 7 & 2 \\ -2 & -1 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 25.8 & 25.6 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.167 & 1.00 & & \\ 0.167 & 1.23 & 1.00 & \\ -0.333 & 0.323 & 0.159 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_3 := \mathbf{b}_3 - \mathbf{b}_2.$$

$$\|\mathbf{b}_3^{(2)}\|^2 = 0.23^2 \cdot 25.8 + 25.6 \geq 0.75 \cdot 25.8$$

$$\kappa = 4$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 25.8 & 25.6 & 1.00 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.167 & 1.00 & & \\ 0.167 & 0.232 & 1.00 & \\ -0.333 & 0.323 & 0.159 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_4^{(3)}\|^2 = 0.159^2 \cdot 25.6 + 1.00 < 0.75 \cdot 25.6. \quad \mathbf{b}_4 \leftrightarrow \mathbf{b}_3.$$

$$\kappa = 3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 25.8 & 1.64 & 15.6 \\ \hline 1.0 & & & \\ 0.167 & 1.00 & & \\ -0.333 & 0.323 & 1.00 & \\ 0.00 & 0.232 & 2.47 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_3^{(2)}\|^2 < 0.75 \cdot \|\mathbf{b}_2^*\|^2.$$

$$\kappa = 2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 4.34 & 9.81 & 15.6 \\ \hline 1.0 & & & \\ -0.333 & 1.00 & & \\ 0.167 & 1.92 & 1.00 & \\ 0.00 & 1.38 & -0.564 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 \geq 0.75 \cdot \|\mathbf{b}_1\|^2.$$

$$\kappa = 2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 4.34 & 9.81 & 15.6 \\ \hline 1.0 & & & \\ -0.333 & 1.00 & & \\ 0.167 & 1.92 & 1.00 & \\ 0.00 & 1.38 & -0.564 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 \geq 0.75 \cdot \|\mathbf{b}_1\|^2.$$

$$\kappa = 3.$$

$$\mathbf{b}_3 = \mathbf{b}_3 - 2 \cdot \mathbf{b}_2 - 2 \cdot \mathbf{b}_1.$$

$$\|\mathbf{b}_3^{(2)}\|^2 \geq \|\mathbf{b}_3^*\|^2 \geq 0.75 \cdot \|\mathbf{b}_2^*\|^2.$$

$$\kappa = 4$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.00 & 4.34 & 9.81 & 15.6 \\ \hline 1.0 & & & \\ -0.333 & 1.00 & & \\ -0.167 & -0.0769 & 1.00 & \\ 0.00 & 1.38 & -0.564 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_4 = \mathbf{b}_4 + \mathbf{b}_3 - \mathbf{b}_2.$$

$$\|\mathbf{b}_4^{(3)}\|^2 \geq \|\mathbf{b}_4^*\|^2 \geq 0.75 \cdot \|\mathbf{b}_3^*\|^2$$