

Behaviours as solutions for higher-order programs and processes

Contextual equivalence can be used to analyse the behavioural properties of programs. Comparing program behaviours makes it possible, for instance, to validate program transformations, by establishing that the transformed program is contextually equivalent to the original one.

This internship proposal focuses on operational techniques to establish contextual equivalence, and in particular on the coinductive approach. Coinduction has been studied and used in concurrency theory, to prove contextual equivalence properties between processes (in process calculi such as CCS [3] or the π -calculus [4]). Coinductive methods have also been proposed to reason about higher order (sequential) programs [1, 6], and, more recently, about programs expressing forms of probabilistic computation [2].

Coinductively defined equivalences and preorders make it possible to establish behavioural laws and compare programs. Another way to express program behaviours is to define them as solutions of equations. The classical result in this approach is Milner’s uniqueness of solutions of equations theorem [3], which shows that in certain circumstances, a system of equations uniquely defines a certain behaviour.

The main purpose of this internship proposal is to improve the understanding and applicability of uniqueness of solutions, building on recent work [5]. We hope to extend Milner’s result from two points of view. The first extension is to establish *completeness* of the approach, by showing that any equivalence can be expressed as the solution to a system of equations. The second improvement is in terms of expressiveness: we would like to go beyond the setting of CCS, for which [3]’s result is stated, and port it to settings like the π -calculus or variants of the λ -calculus.

This internship lies at the meeting point between operational techniques in concurrency theory and the study of higher-order languages like the λ -calculus. Accordingly, the main prerequisite for this internship is a good knowledge of standard techniques in the operational semantics of programs, of the basic theory of the λ -calculus, and, possibly, some notions about process calculi and coinduction.

This work fits within a collaboration between Daniel Hirschhoff (École Normale Supérieure de Lyon) and Davide Sangiorgi (Univ. Bologna, Italy). The internship will take place in Lyon. It can lead to a PhD, possibly cotutored between the two institutions.

For any question, please contact daniel.hirschhoff@ens-lyon.fr

References

- [1] S. Abramsky. The lazy lambda calculus. In David A. Turner, editor, *Research Topics in Functional Programming*, pages 65—117. Addison-Wesley, 1990.
- [2] Ugo Dal Lago, Davide Sangiorgi, and Michele Alberti. On coinductive equivalences for higher-order probabilistic functional programs. *Proceedings of the 41st ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages - POPL ’14*, pages 297–308, January 2014.
- [3] Robin Milner. *Communication and Concurrency*. Prentice Hall, 1989.
- [4] D. Sangiorgi and D. Walker. *The π -calculus: a Theory of Mobile Processes*. Cambridge University Press, 2001.
- [5] Davide Sangiorgi. Equations, contractions, and unique solutions. In *Proc. of POPL’15*. ACM Press, 2015. to appear.
- [6] Davide Sangiorgi, Naoki Kobayashi, and Eijiro Sumii. Environmental bisimulations for higher-order languages. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems*, 33(1):1–69, January 2011.

Processus et des programmes d'ordre supérieur: les comportements en tant que solutions

(note: voir page précédente pour les références bibliographiques)

L'équivalence contextuelle peut être employée pour étudier les propriétés comportementales des programmes. En comparant les comportements, on peut par exemple valider des transformations de programmes, en démontrant que le programme transformé exhibe le même comportement que le programme d'origine.

Ce stage se focalise sur l'utilisation de techniques opérationnelles pour établir des propriétés d'équivalence contextuelle, en particulier via l'approche coinductive. La coinduction a été étudiée et utilisée en théorie de la concurrence pour établir l'équivalence contextuelle de processus (dans des calculs tels que CCS [3] ou le π -calcul [4]). Des méthodes coinductives ont également été proposées pour raisonner sur des programmes (séquentiels) d'ordre supérieur [1, 6], et, plus récemment, sur des programmes comportant des aspects probabilistes [2].

En utilisant des relations de préordre ou d'équivalence coinductives, on peut valider des lois comportementales, et, ce faisant, comparer les programmes. Une autre façon d'exprimer les comportements est de définir ceux-ci comme solutions d'équations. Le résultat classique dans ce domaine est le théorème d'unicité des solutions d'équations, dû à Milner, et présenté dans [3]. Celui-ci établit que, sous certaines conditions, un système d'équation détermine un comportement unique (modulo l'équivalence comportementale).

L'objectif principal de ce stage est d'étudier des extensions du résultat d'unicité des solutions, en s'appuyant sur un travail récent [5]. Nous envisageons de renforcer le résultat de Milner dans deux directions. La première direction consiste à établir une forme de *complétude*, en montrant que si deux processus sont équivalents, alors il existe un système d'équations dont ils sont solution. La seconde amélioration porte sur la puissance expressive du résultat: nous souhaitons aller au-delà de CCS, auquel se restreint le résultat de [3]. Porter l'unicité des solutions à des formalismes comme le π -calcul ou des variantes du λ -calcul semble soulever des questions intéressantes.

Le sujet de ce stage se situe à la confluence entre des techniques opérationnelles issues de la théorie de la concurrence et l'étude de langages d'ordre supérieur comme le λ -calcul. De ce fait, le prérequis essentiel pour ce stage est d'avoir un minimum de connaissances et de goût pour les techniques standard de la sémantique opérationnelle, et de connaître les notions fondamentales en λ -calcul. Une familiarité avec les calculs de processus et la coinduction serait également appréciée.

Ce sujet de stage s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre D. Hirschhoff (École Normale Supérieure de Lyon) et Davide Sangiorgi (Université de Bologne, Italie). Le stage pourra déboucher sur une thèse, éventuellement en co-tutelle entre les deux établissements. Il s'effectuera au sein de l'équipe Plume du LIP (Laboratoire de l'Informatique du Parallélisme, ENS Lyon).

Pour tout renseignement, écrire à daniel.hirschhoff@ens-lyon.fr