1 A distributivity property in the π-calculus

Here is a theorem in the π-calculus:

> For any π-calculus processes P, Q, R, we have
>
> $$(\nu a)\big(\,!a(x).R \mid P \mid Q\,\big) \qquad \sim \qquad (\nu a)\big(\,!a(x).R \mid P\,\big) \;\big|\; (\nu a)\big(\,!a(x).R \mid Q\,\big)$$
>
> if the name a is *used only in output subject* in P, Q and R.
>
> "Used only in output subject" here means that we can have outputs on a, but we cannot have inputs on a, nor send name a on some channel. *The terminology is as follows: a is used in output subject in $\overline{a}b$, in output object in $\overline{c}a$, in input subject in $a(x)$, and in input object in $d(a)$.*

The intution is that the process $!a(x).R$ is used as a resource, which in one case is shared by P and Q (process on the left), while in the other case each of P and Q have their own copy of the resource.

1. Give an example that shows that if a is used once in input subject in P or in Q, then the equivalence above fails. Other potential usages of a in P, Q, R are in output subject.

   Si $P = a(x).\overline{c}d, Q = \overline{a}b$ et $R = \mathbf{0}$, alors le processus de gauche peut commencer par faire la synchronisation entre P et Q, puis émettre sur c. Le processus de droite ne peut pas répondre car P et Q ne peuvent pas se synchroniser sur a, puisqu'il s'agit de deux canaux différents (qui par accident ont le même nom), du fait des restrictions.

   Plus précisément, le processus de droite sait faire un τ, mais il ne sait pas émettre sur c après.

2. Same question if a is used once in output object in P or Q.

   On se ramène au cas précédent en remplaçant (par exemple) $Q = \overline{a}b$ par $Q = \overline{c}a \mid c(x).\overline{x}b$.

3. Give an example to show that if P and Q use a in output subject, but not R, the equivalence above fails.

   On peut prendre $P = Q = \overline{a}c$, $R = a(y).\overline{t}n$. Le processus de gauche peut faire deux τs, puis émettre sur t, pas le processus de droite (qui peut faire deux τ, mais après il est bloqué).

In the questions above, you do not need to be overly precise: give your example, and provide a convincing reason as to why the equivalence fails.