

Les paradoxes en mathématiques

Denis Kuperberg

Chargé de Recherche en informatique théorique

5 juin 2015



Paradoxes

Qu'est-ce qu'un paradoxe ?



Paradoxes

Qu'est-ce qu'un paradoxe ?



Qui *choque* notre esprit, va contre nos *intuitions*.

Paradoxes

Qu'est-ce qu'un paradoxe ?



Qui *choque* notre esprit, va contre nos *intuitions*.

2 types de paradoxes en mathématiques:

- ▶ Résultat **faux**
- ▶ Résultat **vrai** mais contre-intuitif

Paradoxes

Qu'est-ce qu'un paradoxe ?



Qui *choque* notre esprit, va contre nos *intuitions*.

2 types de paradoxes en mathématiques:

- ▶ Résultat **faux**
- ▶ Résultat **vrai** mais contre-intuitif

Utiles pour améliorer notre raisonnement ou notre intuition.

Paradoxes

Qu'est-ce qu'un paradoxe ?



Qui *choque* notre esprit, va contre nos *intuitions*.

2 types de paradoxes en mathématiques:

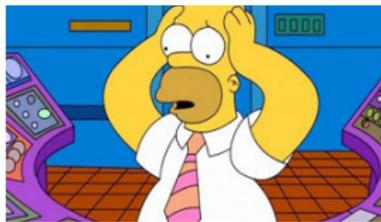
- ▶ Résultat **faux**
- ▶ Résultat **vrai** mais contre-intuitif

Utiles pour améliorer notre raisonnement ou notre intuition.

En mathématiques, “évident” est le mot le plus dangereux.

Eric Temple Bell

Paradoxe de Simpson



Paradoxe de Simpson



Succès: 83%



Succès: 78%

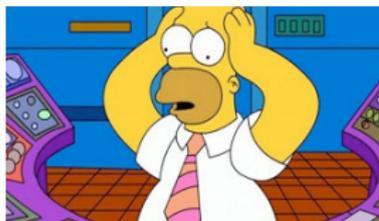
Paradoxe de Simpson



Succès: 83%

Hommes: 87%

Femmes: 69%



Succès: 78%

Hommes: 93%

Femmes: 73%

Paradoxe de Simpson



Succès: 83% (289/350)

Hommes: 87% (234/270)

Femmes: 69% (55/80)



Succès: 78% (273/350)

Hommes: 93% (81/87)

Femmes: 73% (192/263)

Paradoxe de Simpson



Succès: 83% (289/350)

Hommes: 87% (234/270)

Femmes: 69% (55/80)



Succès: 78% (273/350)

Hommes: 93% (81/87)

Femmes: 73% (192/263)

Quel est le meilleur traitement ?

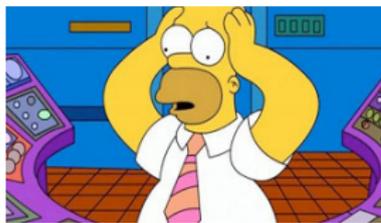
Paradoxe de Simpson



Succès: 83% (289/350)

Hommes: 87% (234/270)

Femmes: 69% (55/80)



Succès: 78% (273/350)

Hommes: 93% (81/87)

Femmes: 73% (192/263)

Quel est le meilleur traitement ?



Cacher le **facteur de confusion** → manipulation de statistiques

Paradoxe de Berry

Décrire des nombres par des mots:

- ▶ “Deux”
- ▶ “le carré de neuf”
- ▶ “le plus grand nombre à trois chiffres”

Paradoxe de Berry

Décrire des nombres par des mots:

- ▶ “Deux”
- ▶ “le carré de neuf”
- ▶ “le plus grand nombre à trois chiffres”

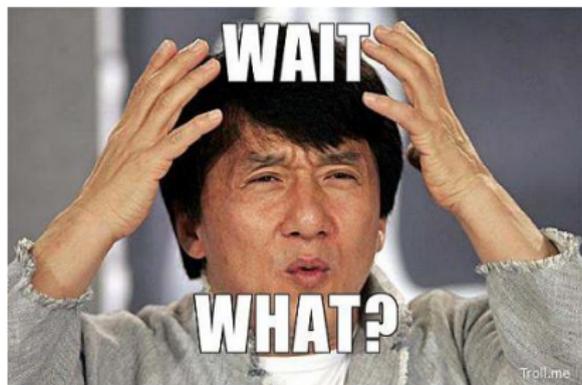
Nombre de Berry: Le plus petit nombre qu'on ne peut pas décrire en moins de cinquante mots.

Paradoxe de Berry

Décrire des nombres par des mots:

- ▶ “Deux”
- ▶ “le carré de neuf”
- ▶ “le plus grand nombre à trois chiffres”

Nombre de Berry: Le plus petit nombre qu'on ne peut pas décrire en moins de cinquante mots.

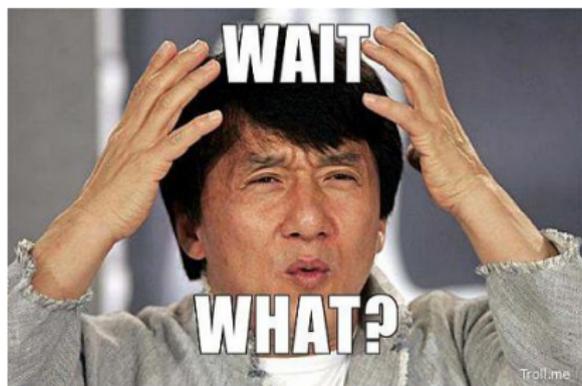


Paradoxe de Berry

Décrire des nombres par des mots:

- ▶ “Deux”
- ▶ “le carré de neuf”
- ▶ “le plus grand nombre à trois chiffres”

Nombre de Berry: Le plus petit nombre qu'on ne peut pas décrire en moins de cinquante mots.



Variante: Tous les nombres sont intéressants !

L'examen surprise



Examen Surprise:

Le jour de l'examen vous surprendra:
vous n'aurez pas pu le deviner.

Aura lieu la semaine prochaine
(lundi→vendredi).

L'examen surprise



Examen Surprise:

Le jour de l'examen vous surprendra:
vous n'aurez pas pu le deviner.

Aura lieu la semaine prochaine
(lundi→vendredi).

- ▶ Vendredi ? **Impossible** car on le saurait le jeudi soir.

L'examen surprise



Examen Surprise:

Le jour de l'examen vous surprendra:
vous n'aurez pas pu le deviner.

Aura lieu la semaine prochaine
(lundi→vendredi).

- ▶ Vendredi ? **Impossible** car on le saurait le jeudi soir.
- ▶ Jeudi ? **Impossible** car pas vendredi, donc on saurait le mercredi soir

L'examen surprise



Examen Surprise:

Le jour de l'examen vous surprendra:
vous n'aurez pas pu le deviner.

Aura lieu la semaine prochaine
(lundi→vendredi).

- ▶ Vendredi ? **Impossible** car on le saurait le jeudi soir.
- ▶ Jeudi ? **Impossible** car pas vendredi, donc on saurait le mercredi soir
- ▶ etc...

L'examen surprise



Examen Surprise:

Le jour de l'examen vous surprendra:
vous n'aurez pas pu le deviner.

Aura lieu la semaine prochaine
(lundi→vendredi).

- ▶ Vendredi ? **Impossible** car on le saurait le jeudi soir.
- ▶ Jeudi ? **Impossible** car pas vendredi, donc on saurait le mercredi soir
- ▶ etc...

Il semble impossible que l'examen nous surprenne.

L'examen surprise



Examen Surprise:

Le jour de l'examen vous surprendra:
vous n'aurez pas pu le deviner.

Aura lieu la semaine prochaine
(lundi→vendredi).

- ▶ Vendredi ? **Impossible** car on le saurait le jeudi soir.
- ▶ Jeudi ? **Impossible** car pas vendredi, donc on saurait le mercredi soir
- ▶ etc...

Il semble impossible que l'examen nous surprenne.

Et pourtant, l'examen tombe le mardi et surprend tout le monde



Et plein d'autres:

- ▶ Paradoxe des anniversaires
- ▶ Jeu de Monty Hall
- ▶ Le carré manquant
- ▶ Paradoxe de la pomme de terre
- ▶ Paradoxe de Banach-Tarski
- ▶ Preuve de $2=1$
- ▶ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots = -1/12$
- ▶ Hotel infini de Hilbert
- ▶ Le Métajeu
- ▶ ...

Carré manquant

