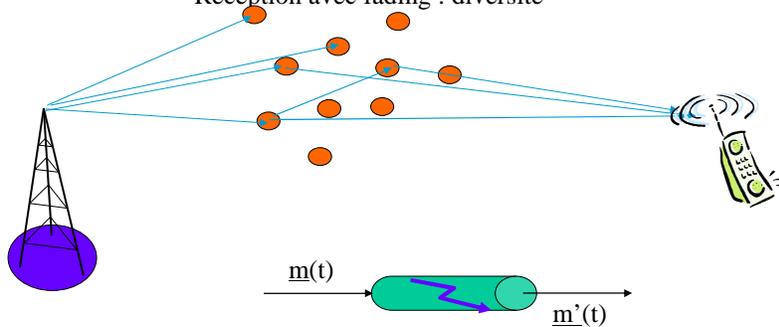


Wireless Communications (WCO)

Jean-Marie Gorce
Dept Télécommunications,
Services & Usages

Chap 5 : Fading plat

- Caractérisation bande étroite
- Fading plat : lois de Rice, Nakagami-m
- Réception avec fading : diversité



$$\underline{m}'(t) = [h_1(t) + h_2(t) + \dots + h_N(t)] \otimes \underline{m}(t)$$

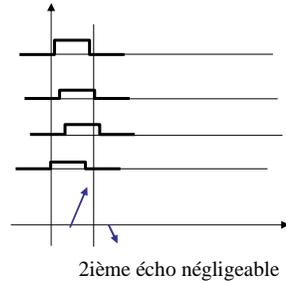
1- Définition



- Le fading plat :
 - Cas où les différences de chemins sont faibles (par rapport à la durée des impulsions)

$$\Delta t < T_s$$

- Propriétés de ce modèle
 - même un faible déplacement (du mobile ou d'un élément extérieur, peut entraîner une réponse assez différente).
 - La cohérence spatiale et la cohérence temporelle sont faibles.
 - Si la pseudo-stationnarité (stationnaire pendant la durée d'un symbole, ou d'une trame) n'est pas vérifiée, on ne peut pas faire grand chose ...
 - La réponse du canal est simplement un coefficient complexe mais variable au cours du temps:



$$\hat{a}_k \approx \sum_n h_{t=\tau}(n) \cdot \underline{a}(n-k) = \underline{h}_{t=\tau} \cdot \underline{a}_k$$

3

2- Canal de Rayleigh



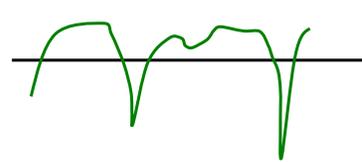
- Pas de chemin LOS : plusieurs chemins issus de réflexions multiples

Le signal résultant est la somme de composantes à phase et module aléatoires

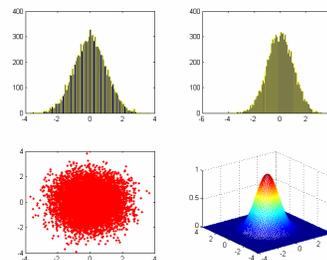
- tend vers une loi normale complexe
- La partie réelle et la partie imaginaire suivent une loi normale

L'amplitude du signal reçu est un processus aléatoire.

On a donc un bruit multiplicatif



réponse diffuse :
distribution aléatoire normale



4

Le canal est modélisé par un bruit multiplicatif :

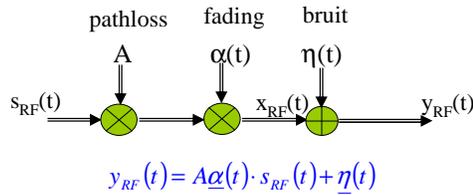
$$\underline{\alpha}(t) = \alpha(t) \cdot e^{j\varphi(t)}$$

que l'on normalise en puissance (i.e. gain unitaire) :

$$G_\alpha = E(\underline{\alpha}^2) = E(x^2) + E(y^2) = 2\sigma^2 = 1$$

→ RSB moyen : $\Gamma = E(\gamma(t)) = E(\alpha(t)^2) \frac{E_b}{N_0} = \frac{E_b}{N_0}$

→ RSB instantané : $\gamma(t) = \frac{E(x_{RF}(t)^2)}{E(\eta(t)^2)} = \alpha(t)^2 \frac{E_b}{N_0}$



$$y_{RF}(t) = A\underline{\alpha}(t) \cdot s_{RF}(t) + \underline{\eta}(t)$$

Rappel :
pour def. Eb/No,
voir chap. 3

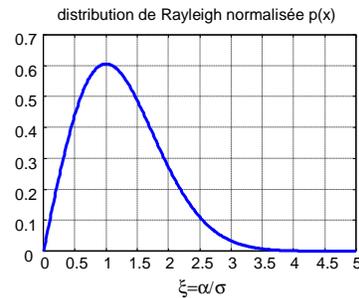
- Statistiques du canal ?

Amplitude : loi de Rayleigh

$$p(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right) & \alpha \geq 0 \\ 0 & \alpha < 0 \end{cases}$$

Puissance : loi du Khi-2

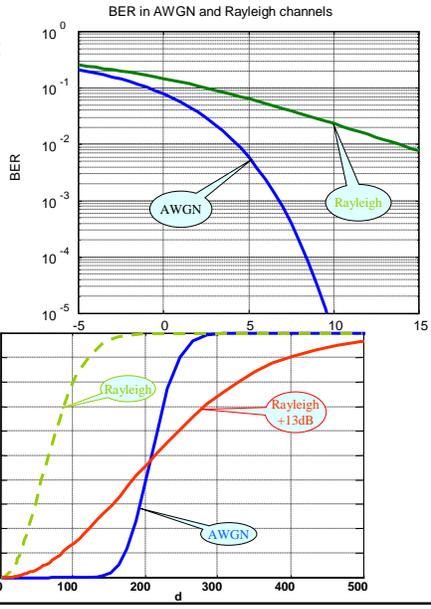
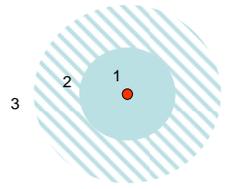
$$p(\gamma) = p(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{d\gamma} = \frac{1}{\Gamma} \exp\left(-\frac{\gamma}{\Gamma}\right)$$



Les conséquences sont importantes :
- La probabilité d'erreur à puissance moyenne fixée est beaucoup plus élevée à cause de la probabilité de fading

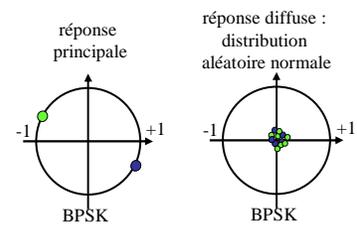
$$p_{err} = \int_0^{\infty} p(\gamma) \cdot p_e(\gamma) d\gamma$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{\Gamma}{1-\Gamma}} \right]$$



3- Canal de Rice

- Cas plus général : un chemin LOS stable + des variations (chemins latéraux) faiblement décalés de faible amplitude.
 - on a une composante principal + des composantes de phase aléatoire

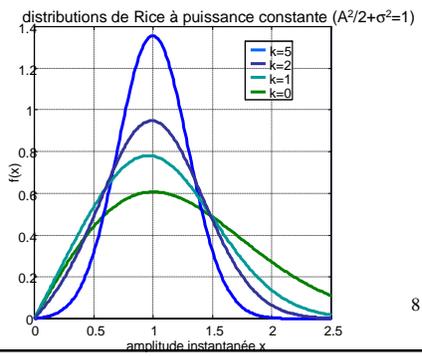


Loi de l'enveloppe :
distribution de Rice

$$p(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) \cdot I_0\left(\frac{A \cdot \alpha}{\sigma^2}\right); & A \geq 0 \quad \alpha \geq 0 \\ 0 & \alpha < 0 \end{cases}$$

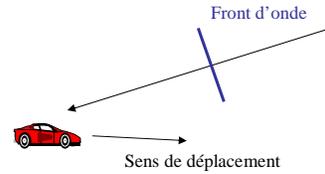
1 paramètre clé : $k = A^2 / 2\sigma^2$

Rapport de puissances entre composantes LOS et diffuse



3- Statistiques de second ordre

- Une des conséquences des chemins multiples est la non stationnarité du canal lorsqu'un mobile se déplace entraînant :
 - décalage spectral par effet Doppler
 - non stationnarité du canal

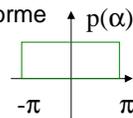


Fréquence de décalage par effet Doppler

$$f_d = f_c \cdot \frac{v}{c} \cos \alpha = f_m \cos \alpha$$

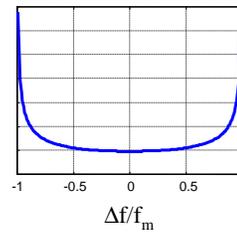
- Canal de Rayleigh

Distribution angulaire uniforme



→ spectre Doppler classique

$$S(\Delta f) = \frac{1.5}{\pi \cdot f_m \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta f}{f_m}\right)^2}}; \quad \forall |\Delta f| < f_m$$



L'effet Doppler peut s'interpréter dans le domaine temporel par la non-stationnarité du canal radio :



α : seuil relatif

$$\bar{\tau} = \frac{e^{\alpha^2} - 1}{\alpha \cdot f_m \sqrt{2\pi}}$$

4- Interprétation dans le domaine spectral

Chap 5

- cas simple : 2 chemins d'amplitude égale

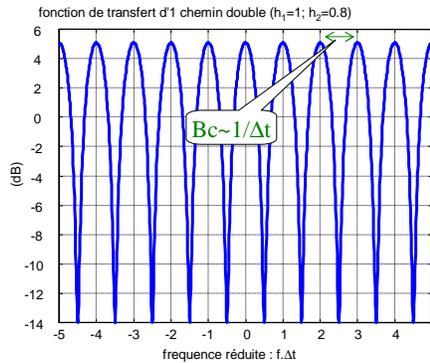
$$y(t) = \underline{h}_1 s_{RF}(t - t_1) + \underline{h}_2 s_{RF}(t - t_2)$$

$$H(t) \sim \underline{h}_1 \cdot \delta(t) + \underline{h}_2 \cdot \delta(t - \Delta t)$$

$$H(f) \sim \underline{h}_1 + \underline{h}_2 \cdot e^{-j2\pi f \Delta t}$$

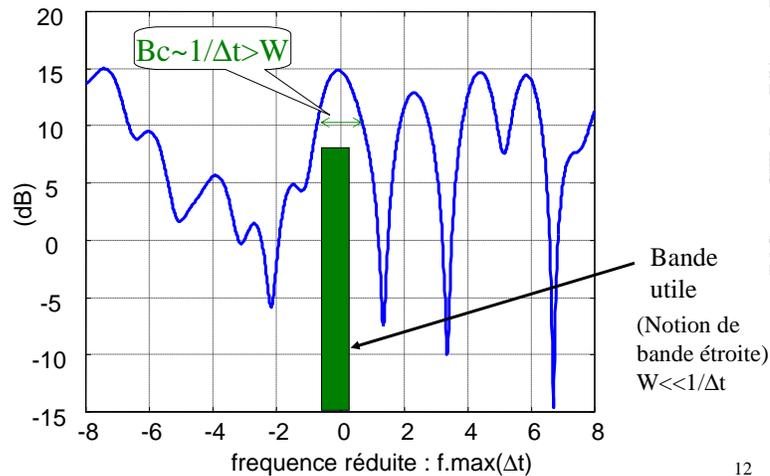
Seule contrainte : $\Delta t < T_s$

Définition : la bande de cohérence est la bande de fréquence pour laquelle la réponse fréquentielle du canal peut être considérée comme constante. Elle est liée à l'étalement temporel des chemins



11

fonction de transfert d'un chemin à 20 composantes aléatoires ($dt < 1$)



12

- Résumé sur les évanouissements 'plats'
 - liés à des chemins de faible différence de temps de propagation relativement à la durée des impulsions
 - conséquences:
 - » la réponse impulsionnelle varie rapidement
 - » la réponse exacte n'est pas prédictible complètement : il faut utiliser un modèle statistique.
 - » dans la plupart des applications, la pseudo-stationnarité doit être vérifiée durant l'émission d'une trame
 - la réponse fréquentielle est relativement stable dans la bande de fréquence occupée par le signal (bande de Cohérence $B_c >$ bande spectrale B_s , et $\Delta t < T_s$)
 - Compensation : diversité, ou étalement spectral

5- Diversité

Les effets du fading plat (variations de signal) peuvent être compensés par la diversité:

→ Diversité spatiale :

On suppose les N voies statistiquement Indépendantes → les évanouissements Ne se produisent pas aux mêmes fréquences

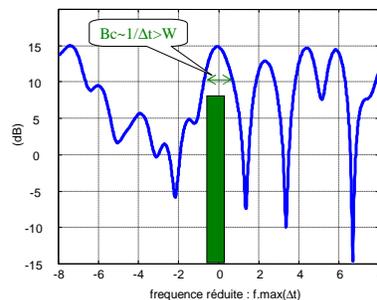
→ Diversité temporelle :

On émet N fois un paquet à intervalles de temps → les évanouissements évoluent au cours du temps (dépend de la mobilité, de la corrélation du canal)

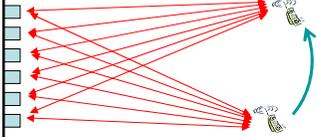
→ Diversité fréquentielle

On émet sur plusieurs canaux fréquentiels → les canaux doivent être suffisamment espacés pour être statistiquement indépendant

→ Diversité de polarité



Rem : seule la diversité spatiale ne consomme pas de bande passante



Combinaison avec antennes multiples
sur chaque canal, les signaux s'expriment sous la forme

$$y_1(n) = h_1 \cdot s(n) + b_1(n)$$

$$y_2(n) = h_2 \cdot s(n) + b_2(n)$$

$$y_k(n) = h_k \cdot s(n) + b_k(n)$$

et à la sortie du combineur :

$$y(n) = \sum_k w_k y_k(n)$$

$$= \underbrace{\sum_k w_k h_k s(n)}_{\text{Signal utile}} + \underbrace{\sum_k w_k b_k(n)}_{\text{bruit}}$$

L'optimisation du RSB en sortie donne:

$$w_k = \mu \cdot \frac{h_k^*}{\sigma^2}$$

$$P_N = \sigma^2 \cdot \sum_k |w_k|^2$$

$$P_u = P_s \cdot \left| \sum_k w_k h_k \right|^2$$

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

– Combinaison Optimale en canal AWGN

Le RSB est donné par la somme des RSB

$$\gamma = \frac{\frac{\mu^2}{\sigma^4} \cdot P_s \cdot \left| \sum_k h_k \right|^2}{\frac{\mu^2}{\sigma^2} \cdot \sum_k |h_k|^2} = \frac{P_s}{\sigma^2} \cdot \sum_k |h_k|^2 = \sum_k \gamma_k$$

En AWGN, gain max = N nombre de voies $\times 2 \rightarrow +3dB$.

– Combinaison Optimale en canal de Rayleigh (bloc-fading)

On a toujours, pour chaque paquet q:

$$w_k(q) = \mu(q) \cdot \frac{h_k^*(q)}{\sigma^2}$$

$$\gamma(q) = \sum_k \gamma_k(q)$$

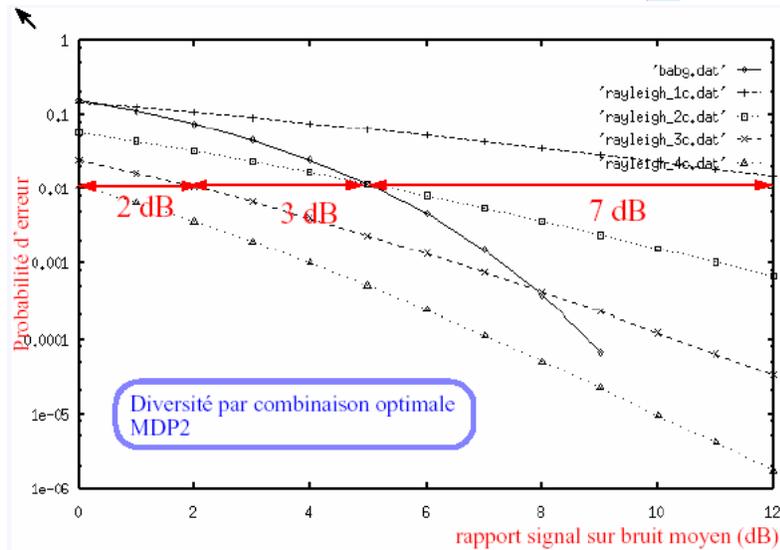
Mais l'amplitude $h_k(q)$ de chaque voie suit une loi aléatoire, indépendante des autres (très important).

on peut en déduire que le SNR résultant $\gamma(q)$, suit 1 loi du χ^2 à 2N degrés de liberté.

On calcule la probabilité d'erreur résultante avec la même formule que dans le cas mono-voie en canal de Rayleigh :

$$p_{err}(\gamma) = \int p(\gamma) \cdot \text{erfc}(\sqrt{\gamma}) \cdot d\gamma$$

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon



6- Etalement de spectre

- Les effets du fading plat (variations de signal) peuvent être compensés par la diversité:

→ Diversité spatiale :

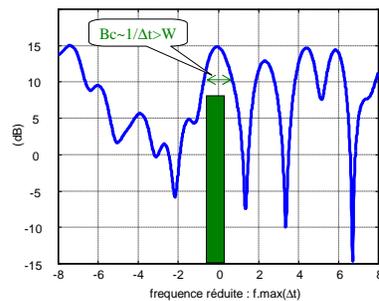
On suppose les N voies statistiquement Indépendantes → les évanouissements Ne se produisent pas aux mêmes fréquences

→ Diversité temporelle :

On émet N fois un paquet à intervalles de temps → les évanouissements évoluent au cours du temps (dépend de la mobilité, de la corrélation du canal)

→ Diversité fréquentielle

On émet sur plusieurs canaux fréquentiels → les canaux doivent être suffisamment espacés pour être statistiquement indépendant

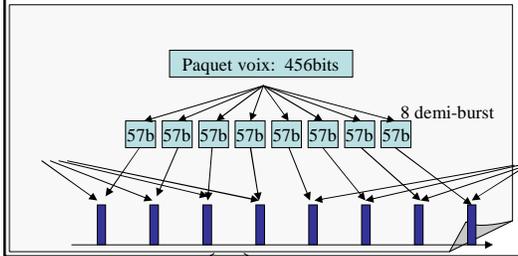
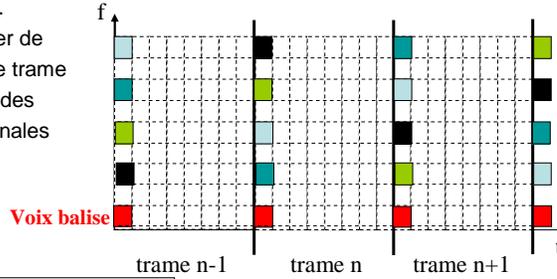


Rem : seule la diversité spatiale ne consomme pas de bande passante

– Saut de fréquence : solution GSM (et 802.11)

- Pb : lorsque le canal évolue lentement, on risque de perdre plusieurs paquets de suite.
- Solution : changer de fréquence à chaque trame
- Principe : définir des séquences orthogonales

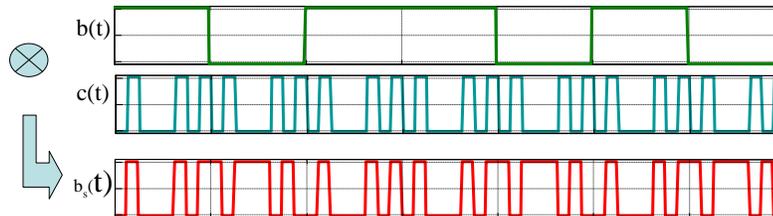
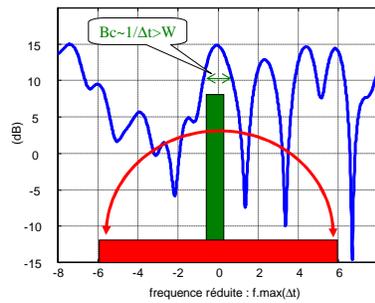
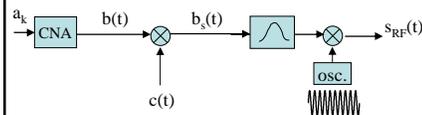
- S1 : 1 4 2 3
- S2 : 2 3 1 4
- S3 : 3 1 4 2
- S4 : 4 2 3 1



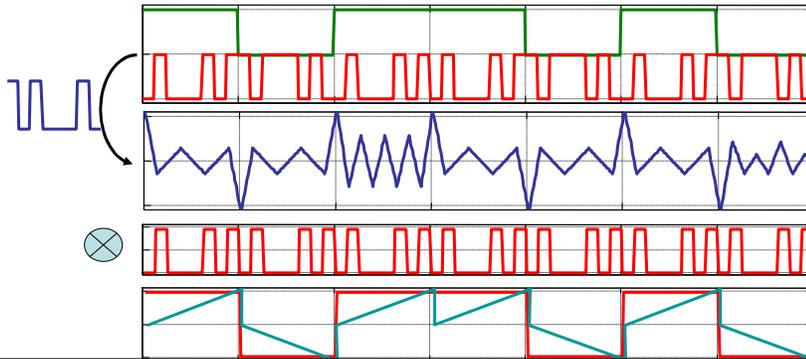
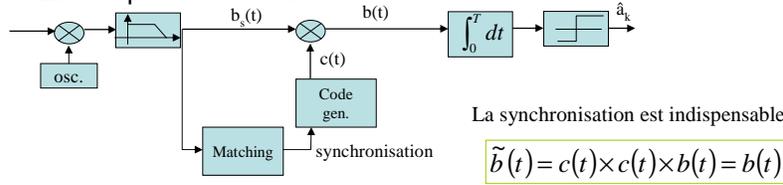
Il faut y associer du codage par trames

– DSSS : Direct Sequence Spread Spectrum

- Elargir le spectre pour sortir du cas « fading plat »
- Comme l'occupation spectrale est proportionnelle à la vitesse de modulation, il faut accélérer le débit binaire... ou coder les symboles par une séquence de « chips »



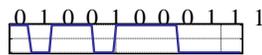
- La réception / détection



- Propriétés spectrales

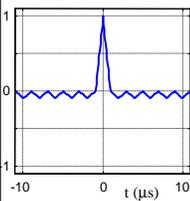
Gain d'étalement : $G = \frac{T_s}{T_c}$

exemple (wLAN : IEEE802.11b)
code de Barker à 11bits :

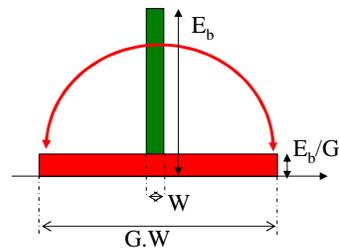
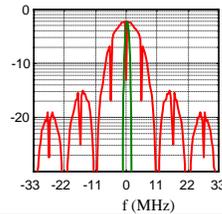


Autocorrélation : $\phi_{xx}(t)$

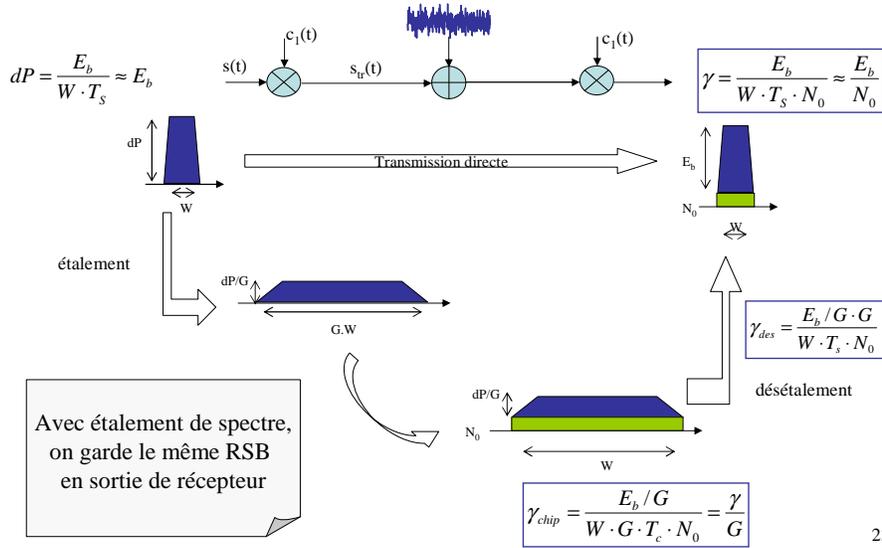
DSP : $P_x(f)$



\mathcal{F}



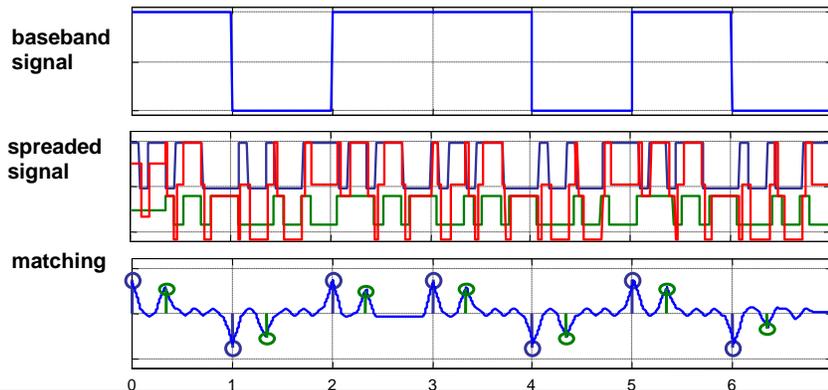
– Rapport signal à bruit



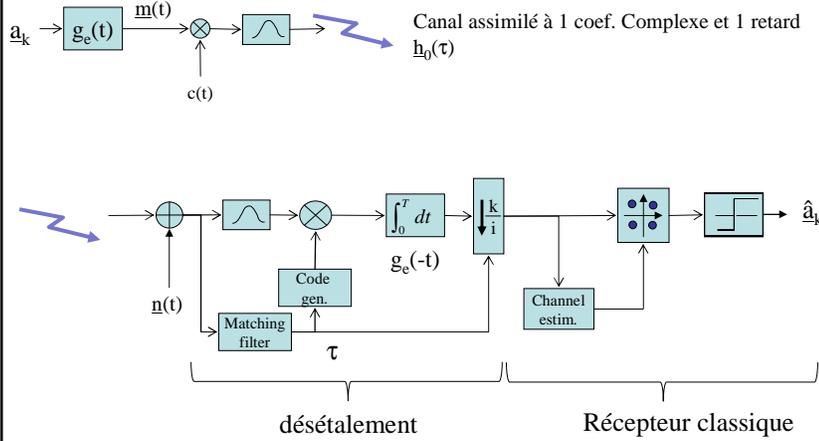
– Intérêt du DSSS : chemins multiples

- cas à considérer :
 - $\Delta t < T_c$ (durée chip) : on ne peut rien faire
 - $\Delta t > T_s$: même chose que sans étalement; égalisation à la sortie du décodeur DS-SS.
 - $T_c < \Delta t < T_s$: intéressant; exploiter les propriétés du DS-SS

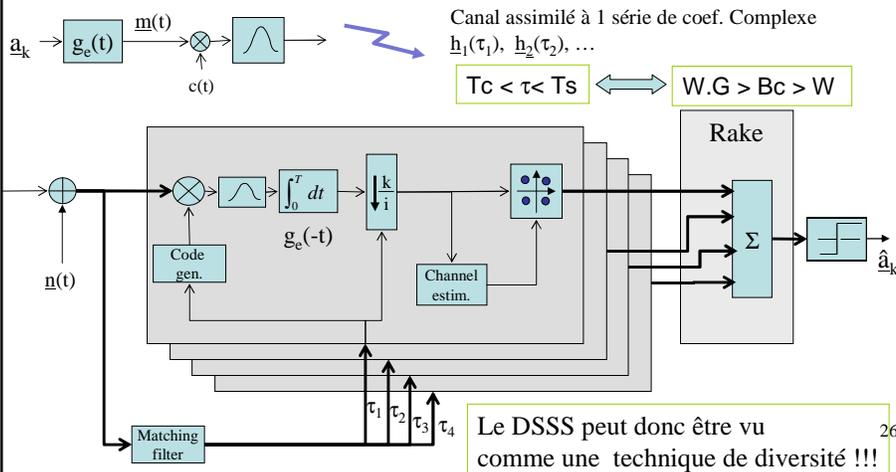
Exemple d'un chemin double



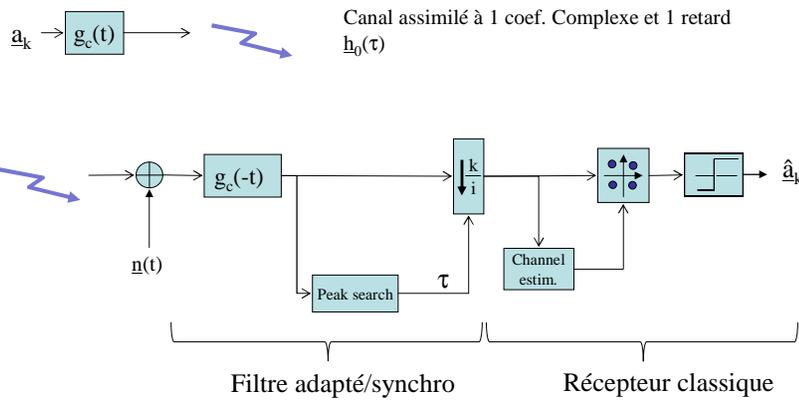
- Représentation d'une transmission DSSS sur canal bande étroite
 - Récepteur bande de base à raie unique



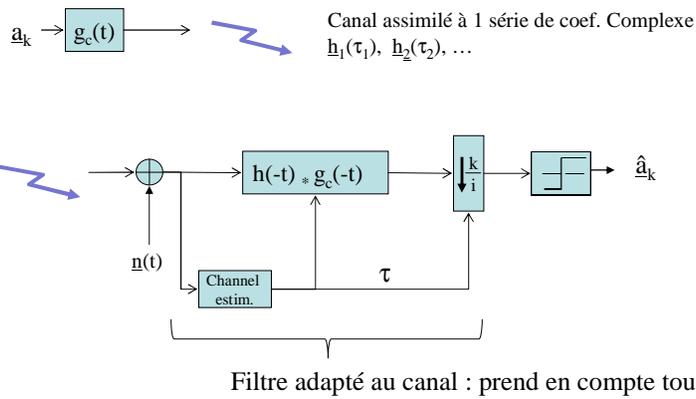
- Représentation d'une transmission DSSS sur canal bande étroite
 - Récepteur en râseau (Rake)
 - On a une stricte équivalence entre les propriétés spectrales et temporelles :



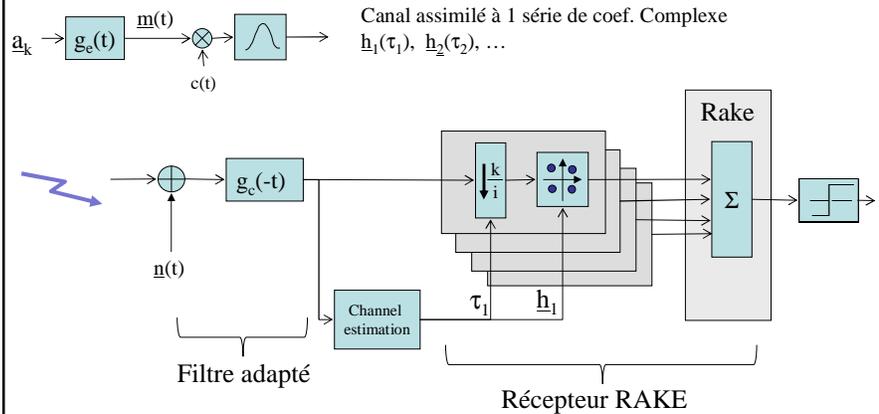
- Représentation alternative :
 - Récepteur par filtrage adapté avec un seul chemin



- Représentation alternative :
 - Récepteur par filtrage adapté avec canal multi-chemins



- Représentation alternative :
 - Implémentation optimale du RAKE

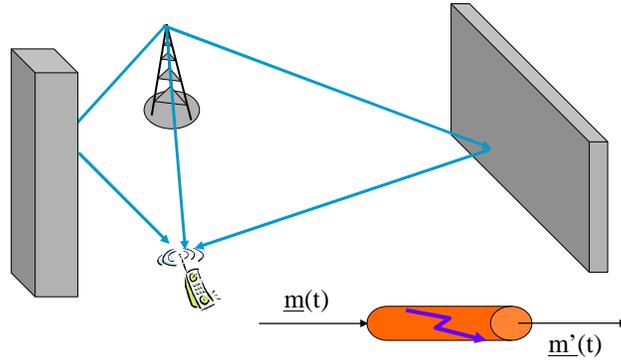


6 – Synthèse

- Évanouissements plats ou bande étroite
 - Liés à des chemins de courte différence de distance
 - Engendrent des ‘trous’ de réception au cours de la transmission
 - La dynamique dépend de la vitesse : fading rapide / bloc fading / fading lent
- Méthodes de réduction des évanouissements
 - La diversité (temps/fréquence/espace) est le seul moyen de lutter contre
 - L'étalement spectral est une approche très efficace de diversité spectrale mais qui engendre une augmentation de l'occupation spectrale (cf. WiFi)
 - En cas d'étalement, on distingue le temps symbole et le temps chip
- Les systèmes réels
 - GSM : saut de fréquence couplé à de l'étalement temporel
 - UMTS : Les codes W-CDMA ont les mêmes propriétés que les codes d'étalement
 - WiFi : 802.11b : mise en œuvre du DSSS. En 802.11a/g, l'OFDM remplace le DSSS (voir chapitre suivant)
 - La diversité spatiale peut également être utilisée dans tous ces standards

Chap 6 : Fading sélectif

- Caractérisation large bande
- Fonction de transfert de canal
- Fonctions de Bello



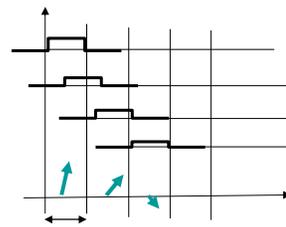
$$\underline{m}'(t) = [\underline{h}_1(t) + \underline{h}_2(t) + \dots + \underline{h}_N(t)] \otimes \underline{m}(t)$$

1- Définition

Chap 6

- Le fading sélectif :
 - Cas où les différences de chemins sont grandes (par rapport à la durée des impulsions)
- Propriétés de ce modèle
 - Les différences de chemins, importantes, entraînent la présence d'échos multiples.
 - **INTERFERENCES INTER-SYMBOLS**
 - La réponse discrète du canal est une succession d'impulsions
 - La cohérence spatiale et l'étalement temporel sont relativement importants.
- Caractéristiques dans le domaine temporel
 - C'est un filtre linéaire mais pseudo-stationnaire

$$\Delta t > T_s$$



Pour le GSM (et autres comm. radiomobiles) on considère cette réponse comme stationnaire durant l'émission d'une trame.

$$\hat{a}(k) \approx \sum_n h_{\tau=\tau}(n) e^{j\phi_{\tau}(n)} \cdot \underline{a}(k-n)$$

2- Interprétation dans le domaine spectral

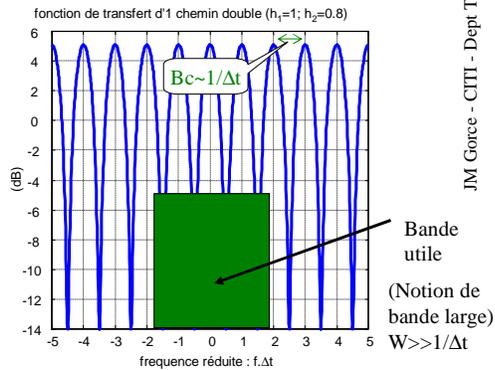
Chap 6

• Caractéristiques fréquentielles

– Le fading sélectif se comporte comme un filtre :

- il est dit sélectif, car il n'affecte pas toutes les fréquences de la même façon dans la bande utile
- pour lutter contre l'évanouissement sélectif, on pourra faire du filtrage adaptatif

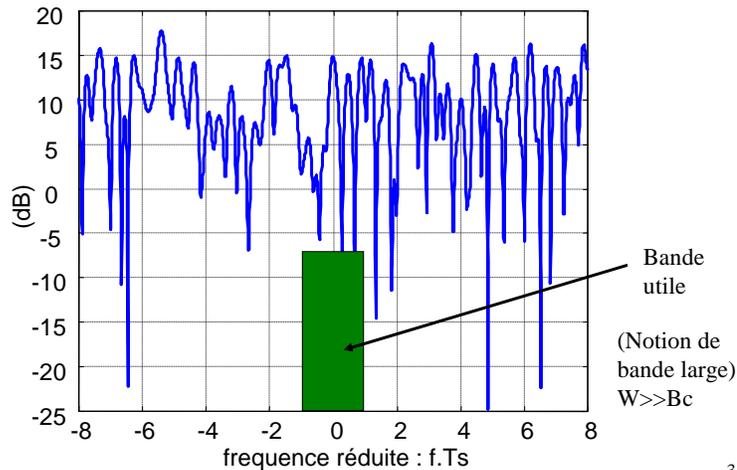
$$H(f) = F(H(t))$$



33

fonction de transfert d'1 chemin à 20 composantes aléatoires ($1 < \Delta t < 5$)
(comparer au slide 12)

canal sélectif : étalement $\Delta t \sim 5.T_s$



34

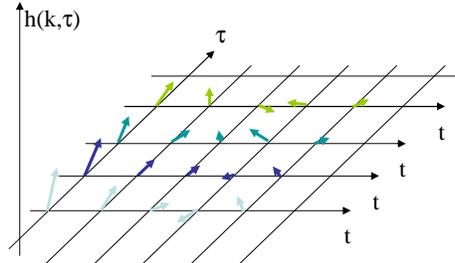
3- Caractéristiques générales du canal radio Chap 6

- Le Canal radio-mobile intègre simultanément les 2 types d'évanouissement.
 - Il est donc à la fois dispersif (fading plat) et étalé (fading sélectif).
 - Sa réponse s'écrit de la façon suivante :

$$\hat{a}(k, \tau) \approx \sum_n h_{\tau=k.T_s}(n) \cdot a(k-n)$$

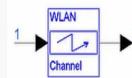
L'utilisation de la variable τ permet de refléter la pseudo-stationnarité du canal.

Représentation pseudo-stationnaire



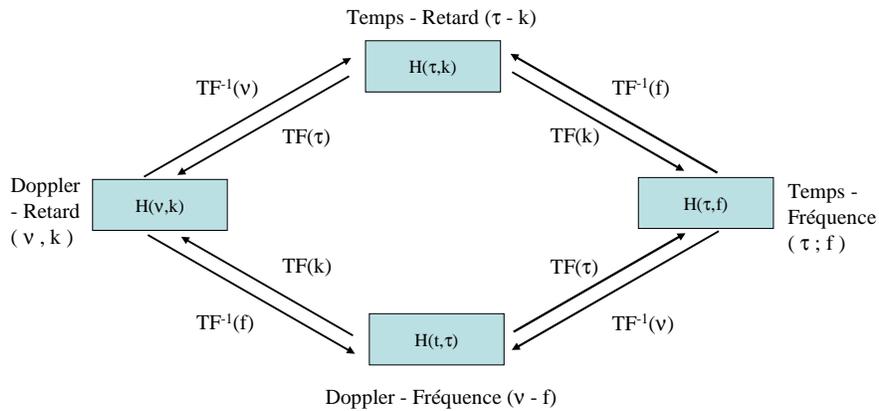
Les canaux de l'ETSI « Channel Models for HIPERLAN/2 in different Indoor Scenarios », ETSI EP BRAN 3ER1085B 30 March 1998

Documentation Agilent pour ADS : Wlan_channel model



4- Fonctions de Bello Chap 6

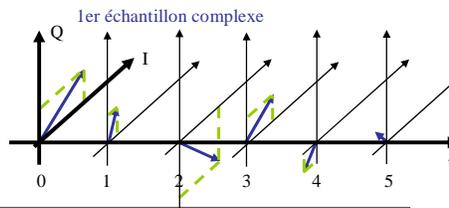
Elles permettent de représenter la réponse du canal radio pseudo-stationnaire dans 4 plans :



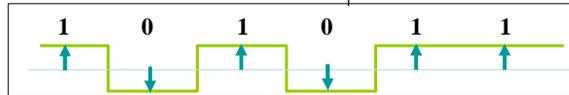
5- L'égalisation : principe

Chap 6

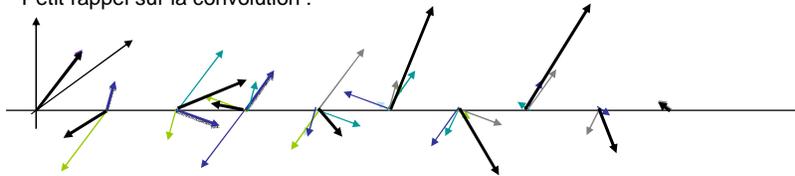
- On se place dans le cas où le canal est stationnaire pendant la durée d'une trame



- On s'intéresse à la réponse impulsionnelle



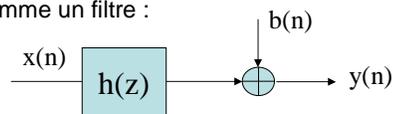
- Petit rappel sur la convolution :



37

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

- Le canal se comporte donc comme un filtre :



- L'égalisation est un problème inverse : retrouver des données à partir d'une observation bruitée.
- On retrouve le problème d'estimation décrit au chapitre 2
 - On peut chercher un filtre de réception, ou rechercher la séquence la plus probable
 - Filtre de réception → approche linéaire
 - Séquence la plus probable → MLSE, non linéaire, complexe (Viterbi)
- Description du problème
 - Les observations : $y(n)$
 - Les données : $x(n)$
- Connaissance du canal
 - Soit on l'estime d'avance → approches classiques (trame de synchronisation)
 - Soit on fait de l'estimation aveugle

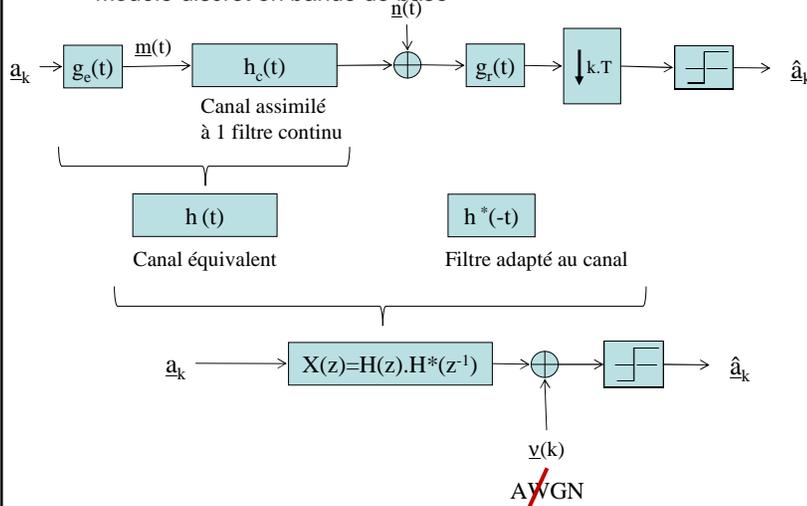
Chap 6
Egalisation

38

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

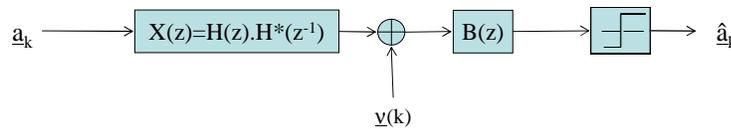
5-1. Filtre adapté

- C'est une généralisation de ce qu'on a vu pour le signal en canal AWGN
- Modèle discret en bande de base



5-2. Filtre de blanchiment

- Pour appliquer les critères classiques d'estimation (MMSE, vraisemblance, MAP), il est préférable d'avoir un bruit blanc, non corrélé.



pour avoir un bruit 'blanchi', il faut supprimer la corrélation du bruit :

$$B(z) = |H(z)|^{-1}$$

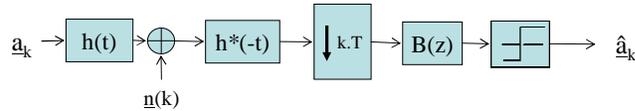
On choisit de regrouper les zéros de $X(z)$, qui sont dans le cercle unité dans $F(z)$ et ceux à l'extérieur dans $F^*(z^{-1})$.

Le filtre suivant, anticausal, est stable (parcourir les données en sens inverse)

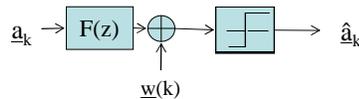
$$B(z) = \frac{1}{F^*(z^{-1})}$$

5-3. Formulation de Forney

- Le modèle de référence est :



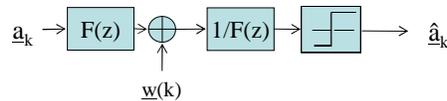
- qui devient simplement, en discret :



$F(z)$ est un filtre causal, et dont tous les zéros sont dans le cercle unité !!!
Il devient alors facile à inverser.

5-4. Récepteur “zéro forcing”

- Il s'agit simplement de corriger les interférences entre symboles (c'est-à-dire l'effet du canal) en utilisant le filtre inverse du canal.
- La modélisation du problème donne:



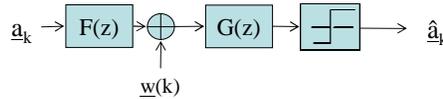
Remarque 1 : si l'on avait appliqué le même raisonnement directement à $H(z)$, on aurait eu des problèmes de stabilité du filtre.

Remarque 2 : le filtre complet qui a été appliqué après échantillonnage est

$$C(z) = \frac{1}{F(z) \cdot F^*(z^{-1})} = \frac{1}{X(z)}$$

5-4. Récepteur “zéro forcing” FIR

- Il est également possible de travailler avec un filtre à durée finie (dans ce cas, on va chercher à minimiser l'erreur)



- On ne s'occupe toujours pas du bruit, et on cherche $G(z)$ tel que :

$$F(z) \cdot G(z) = z^{-i} = Z(\delta(k-i)) \quad \text{cela correspond au critère de Nyquist (pas d'interférences entre les symboles avec un retard i)}$$

- On peut utiliser une écriture matricielle :

$$\begin{pmatrix} f_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_1 & f_0 & 0 & 0 & 0 \\ f_2 & f_1 & f_0 & 0 & 0 \\ f_3 & f_2 & f_1 & f_0 & 0 \\ 0 & f_3 & f_2 & f_1 & f_0 \\ 0 & 0 & f_3 & f_2 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & f_3 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta i_0 \\ \Delta i_1 \\ \Delta i_2 \\ \Delta i_3 \\ \Delta i_4 \\ \Delta i_5 \\ \Delta i_6 \\ \Delta i_7 \end{pmatrix} \quad \text{à tester pour chaque } i \text{ possible}$$

$$g = (F^H \cdot F)^{-1} F^H \cdot i$$

43

5-4. Récepteur “zéro forcing”

- Résolution : on applique le résultat de g dans l'équation matricielle :

$$F \cdot g = F(F^H \cdot F)^{-1} F^H \cdot i = i + \Delta i$$

- Ce qui permet d'écrire :

$$W \cdot i = \Delta i$$

$$W = F(F^H \cdot F)^{-1} F^H - I_d$$

Multiplier par i revient à sélectionner la colonne i dans W

Dès lors, minimiser l'ISI, c'est-à-dire minimiser

$$\sum_i |\Delta i|^2$$

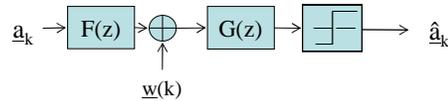
Revient à choisir la colonne de W qui a la plus petite norme.

44

5-5. Récepteur de Wiener (MMSE)

• Objectif

- Minimiser l'erreur de prédiction (MSE détection)
- C'est ce qu'on a vu au premier TD. Il faut partir du modèle de Forney pour avoir un bruit blanc (important pour MSE).



- On a alors la solution du MSE qui donne :

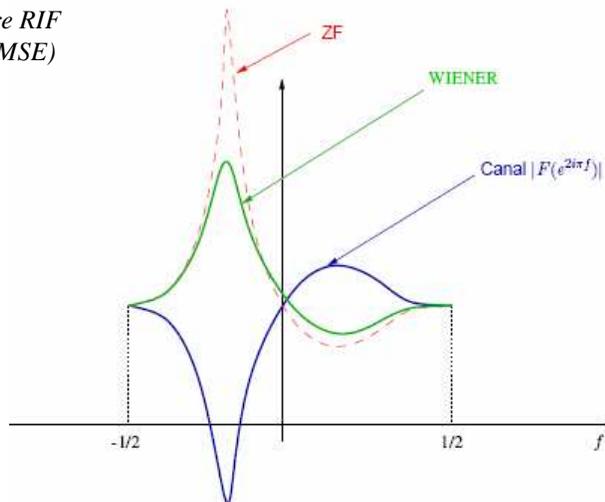
$$G(z) = \frac{F^*(z^{-1})}{F(z) \cdot F^*(z^{-1}) + N_0}$$

- On peut encore une fois calculer le filtre complet après échantillonnage:

$$C(z) = \frac{1}{X(z) + N_0}$$

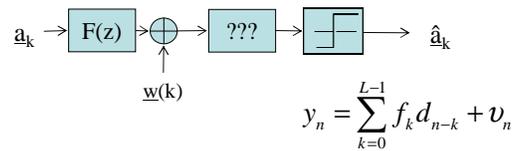
5-5. Récepteur de Wiener

(Il est possible également de déterminer un filtre RIF avec le critère de MSE)



5-6. Récepteur MLSE

- Récepteur de Forney :
 - basé sur le modèle discret



- On ne fait plus un traitement linéaire, mais une recherche de séquence optimale.
- C'est donc le critère de Maximum de vraisemblance qui est utilisé

$$\hat{d} = \arg \max_{d \in \mathcal{V}^{N+L}} p(y_0, \dots, y_{N-1} | \hat{d})$$

5-6. Récepteur MLSE

- Calcul du log-vraisemblance
 - Maximiser la vraisemblance :

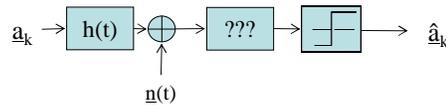
$$p(y_0, \dots, y_{N-1} | \hat{d}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^N} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left| y_n - \sum_{k=0}^{L-1} f_k \hat{d}_{n-k} \right|^2\right)$$

- Maximiser la log-vraisemblance → minimiser le critère suivant:

$$\hat{d}_{MV} = \arg \min_d \sum_{n=0}^{N-1} \left| y_n - \sum_{k=0}^{L-1} f_k \hat{d}_{n-k} \right|^2$$

5-6. Récepteur MLSE

- Récepteur d'Ungerboeck (1974):
 - basé sur le modèle continu



- C'est toujours un critère de Maximum de vraisemblance qui est utilisé, mais l'erreur est mesurée directement sur le signal reçu.
- Bottomley a montré en 1998 que les 2 formulations étaient équivalentes

- Le critère du maximum de vraisemblance est équivalent à minimiser une distance quadratique euclidienne.

$$r(t) = \sum_k d_k \cdot h(t - kT_s) + n(t) \quad \hat{r}(t) = \sum_k \hat{d}_k \cdot h(t - kT_s)$$

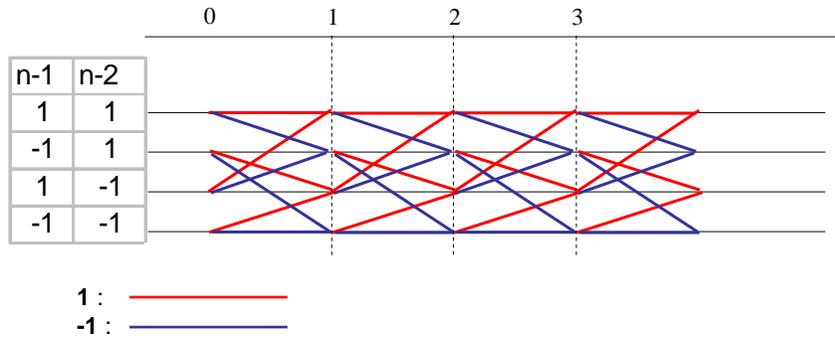
$$\hat{d} = \arg \max_{d \in \Omega^N} [J_H = -\int |r(t) - \hat{r}(t)|^2]$$

$$J_H = \left[-\int \left(r(t) - \sum_k \hat{d}_k \cdot h(t - kT_s) \right) \left(r(t) - \sum_k \hat{d}_k \cdot h(t - kT_s) \right)^* dt \right]$$

$$J_H = \sum_n M_H(n)$$

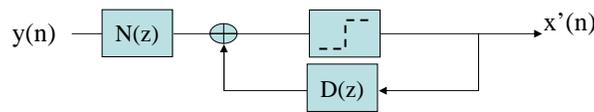
$$M_H(k) = \text{Re} \left\{ \hat{d}_k^* \left[2\Psi(k) - \rho_0 \hat{d}_k - 2 \sum_{l>0} d_{k-l} \rho_l \right] \right\}$$

- Construction d'un treillis à M^{L-1} état avec L la longueur du canal et M l'ordre de la modulation (ici c'est 2).
- Résolution par algorithme de Viterbi avec la métrique de branche $M(k)$



D) égaliseur non linéaire :

- Egaliseur à retour de décision (DFE, decision feedback equalizer)



– Caractéristiques

- » Choix de $N(z)$ et $D(z)$ avec $D(0)=0$
- » $N(z)$: filtre adapté au canal (réduit l'influence du bruit). (proportionnel à $h(-z)$)
- » $D(z)$: supprime les interférences = prédit les interférences es échantillons précédents

5-7. Estimation du canal

- Estimation du canal

- On parle de phase d'apprentissage

Par séquence pilote (GSM, WiFi, ...)

- Estimation de canal / égalisation

Algorithmes adaptatifs : 2 phases (learning / tracking)

Méthodes aveugles

- On estime le canal et le signal simultanément

- Exemple GSM

Trame 142.s

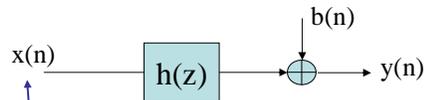


séquence d'apprentissage (26 symboles)

➔ Perte de ~20% du débit
Manque de robustesse aux variations du canal (vitesse limitée)

- Posons le problème

- On choisit une séquence de référence connue



connu!!

= Trouver $H(z)$, connaissant $x(n)$ et observant $y(n)$

- Solution

- On corrèle la sortie à la référence :

$$\varphi_{yx}(n) = h(n) * \varphi_{xx}(n) + \varphi_{bx}(n)$$

- Si la référence est bien choisie :

$$\begin{aligned} \varphi_{yx}(n) &= h(n) * \underbrace{\varphi_{xx}(n)}_{=\sigma_x^2 \cdot \delta(n)} + \underbrace{\varphi_{bx}(n)}_{=0} \\ &= \sigma_x^2 \cdot \delta(n) \cdot h(n) \end{aligned}$$

$$h(n) = \frac{1}{\sigma_x^2} \cdot \varphi_{yx}(n)$$

6 – Synthèse



- Evanouissements sélectifs
 - Étalement temporel supérieur à la durée symbole
 - Génère des interférences inter-symboles
 - Il faut caractériser le canal = estimer sa réponse impulsionnelle
- Egalisation
 - Récepteur de référence avec blanchiment
 - MLSE : Formulation continue et discrète équivalentes
 - MLSE : constellation de faible taille, canal court : GSM
 - filtre RIF transverse : RSB élevé, canal peu sévère, constellation de grande taille (haut débit) : TV numérique câblée
 - DFE : canal assez sévère, bruit élevé, mais canal court (i.e. distance courtes) : DECT