

Oral Informatique Fondamentale

Étienne MIQUEY
etienne.miquey@ens-lyon.fr

Préparation : 30 min

Passage : 1h

Satisfiabilité & réductions de 3-SAT

Le problème 3-SAT est celui de la satisfiabilité de formules conjonction de clauses étant chacune la disjonction de 3 littéraux (variables) :

$$\bigwedge (x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee x_{i_3})$$

Tout l'objectif de l'étude de ce genre de problème est de mesurer la complexité d'un algorithme capable de trouver une instantiation des littéraux (par vrai ou faux) satisfaisant la formule. Pour le problème NAE ("not all equal"), on rajoute la contrainte que les trois littéraux ne doivent pas recevoir la même valeur. Pour le problème OIT ("one in three"), on rajoute que seul l'un des littéraux doit être vrai. Chacun de ces problèmes P est paramétré par le nombre n de variables et le nombre p de clauses, on notera $P(n, p)$.

Question 1. Montrer que NAE et OIT ne sont pas plus faciles que 3-SAT.

Question 2. Montrer que 3-SAT n'est pas plus facile que SAT.

Question 3. Réduire 2-SAT à un problème mettant en jeu les composantes (fortement) connexes d'un graphe orienté. On pourra comparer les littéraux aux sommets et réfléchir à la signification des arêtes.

On appelle SAT_n le problème SAT restreint aux formules qui n'ont pas plus de n occurrences de la même variables.

Question 4. Montrer que SAT_3 n'est pas plus facile que SAT (et donc que SAT_n).

Question 5. Montrer que SAT_2 est polynomial.