

MANIPULATIONS SIMPLES DE MATRICES

Exercice 1 — Manipulations de matrices

1. Comment définir une matrice ? Comment obtenir la matrice identité ? une matrice aléatoire ?
2. Comment additionner, multiplier des matrices ?
3. Comment créer la matrice identité de taille n , une matrice aléatoire ?
4. Comment calculer un déterminant, un inverse, un polynôme caractéristique ? Soit M une matrice carré de taille 10. Comparer le temps que met Sage à calculer le polynôme caractéristique de M en calculant $\det(xI_{10} - M)$ et en utilisant la fonction « `characteristic_polynomial` ».

Exercice 2 — 1. Définir les matrices $B = \begin{pmatrix} I_4 & A \\ I_4 & I_4 \end{pmatrix}$, où $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
et $C = \begin{pmatrix} I_4 & I_4 \\ I_4 & I_4 \end{pmatrix}$.

2. Déterminer le noyau et l'image de B et C . Comment changer l'anneau de définition de B et C ?
3. Déterminer la forme échelonnée de B .

Exercice 3 — 1. Résoudre l'équation $x + 2y = 0$ dans \mathbb{Q}^2 à l'aide de Sage.

2. Résoudre l'équation $x + 2y = 0$ dans \mathbb{Z}^2 à l'aide de Sage.