

TD d'algorithmique avancée

TD 6 : Algorithmes gloutons

Jean-Michel Dischler et Frédéric Vivien

Le coût de la non panne sèche

Le professeur Bell conduit une voiture entre Amsterdam et Lisbonne sur l'autoroute E10. Son réservoir, quand il est plein, contient assez d'essence pour faire n kilomètres, et sa carte lui donne les distances entre les stations-service sur la route.

1. Donnez une méthode efficace grâce à laquelle Joseph Bell pourra déterminer les stations-service où il peut s'arrêter, sachant qu'il souhaite faire le moins d'arrêts possible.
2. Démontrez que votre stratégie est optimale.

Problème du sac à dos

Variante « tout ou rien »

Un voleur dévalisant un magasin trouve n objets, le i^e de ces objets valant v_i euros et pesant w_i kilos, v_i et w_i étant des entiers. Le voleur veut bien évidemment emporter un butin de plus grande valeur possible mais il ne peut porter que W kilos dans son sac à dos. Quels objets devra-t-il prendre ?

Variante fractionnaire

Le problème est le même que le précédent, sauf qu'ici le voleur peut ne prendre qu'une *fraction* d'un objet et n'est plus obligé de prendre l'objet tout entier comme précédemment, ou de le laisser.

1. Proposez un algorithme glouton pour la variante fractionnaire.
2. Montrez que cet algorithme est optimal.
3. Quelle est sa complexité ?
4. Montrez au moyen d'un contre-exemple que l'algorithme glouton équivalent pour la variante « tout ou rien » n'est pas optimal.
5. Proposez un algorithme de programmation dynamique résolvant la variante « tout ou rien ».
6. Quelle est sa complexité ?