La coupe des pierres

Étienne Ghys

5 juin 2019

Cérémonie des grands prix de l'Institut de France

Lorsqu'un mathématicien lève les yeux — ou plutôt levait les yeux — vers la voûte de Notre-Dame, il ne peut s'empêcher d'y voir une illustration du livre XII des Éléments d'Euclide : des cercles entrelacés, des perpendiculaires vertigineuses, l'harmonie des sphères, la pureté presque divine de la géométrie euclidienne. Et pourtant, en 1163, quand Maurice de Sully pose la première pierre, il n'a certainement pas lu Euclide, qui vient à peine d'être traduit en latin. On peut être géomètre sans avoir lu Euclide.

Lorsqu'un physicien lève les yeux vers les clefs de voûtes qui paraissent si frêles, il ne peut s'empêcher d'y voir un ensemble complexe de forces en équilibre parfait, qu'on pourrait présenter dans un manuel contemporain de mécanique des structures. Et pourtant, en ce douzième siècle, en matière de physique, on ne pouvait s'appuyer que sur les théories d'Aristote, certes brillantes, mais tout à fait incapables de fabriquer le moindre cabanon, et encore moins la voûte majestueuse de Notre-Dame. Il faudra encore attendre quatre cents ans avant la naissance de Galilée. On peut être physicien sans avoir lu Galilée.

La science ne doit pas oublier qu'une bonne partie de son essor est due aux savoir-faire transmis sur des chantiers par une multitude de maîtres d'œuvre, d'artisans et de simples ouvriers anonymes.

Pendant ce temps, les doctes mathématiciens parisiens du douzième siècle ne se préoccupaient ni de géométrie ni de physique des structures. Ils cherchaient plutôt à réconcilier les messages d'Aristote et de l'Église et à percer les mystères de l'infini. L'infiniment grand, inconcevable chez le stagirite, est pourtant indispensable pour évoquer le Dieu des chrétiens. En 1277, Étienne Tempier, évêque de Paris, chancelier de l'Université, porte un coup fatal à Aristote en condamnant 300 de ses affirmations. Pierre Duhem écrira que ce fut « la brèche par laquelle notre mécanique et notre physique ont pu pénétrer ». C'est en effet à cette époque que la science occidentale commence à frémir, même si les savants ne s'intéressent pas aux arcs de cathédrales, qui restent l'affaire des tailleurs de pierres, le marteau à la main.

Imaginez un arc formé de pierres empilées les unes au dessus des autres, des claveaux comme disent les gens de l'Art. Elles sont taillées en biseau pour s'incliner progressivement, depuis la verticale au niveau du sol, jusqu'à la clef, où elles sont presque à l'horizontale. Chaque pierre est soumise à son propre poids, qui la pousse bien sûr vers le bas. Elle reçoit un soutien de la pierre qui est juste en dessous, dans une direction inclinée, et supporte la poussée de celles qui sont au-dessus. Quelle forme faut-il donner à l'arc ? Comment faut-il tailler les pierres pour que ces trois forces s'équilibrent et que l'arc ne s'écroule pas ? Voilà un magnifique problème de géométrie différentielle que les géomètres de notre Académie des sciences résoudront brillamment au siècle des lumières, même si les maîtres d'œuvre de Notre-Dame connaissaient une solution... depuis 600 ans !

À vrai dire, la solution des bâtisseurs — des arcs parfaitement circulaires — n'est pas optimale. Les forces ne s'équilibrent pas exactement et si les arcs ne se sont pas effondrés pendant huit cents ans, c'est bien parce que des frottements entre les pierres les empêchent de glisser. Il faudra le travail des théoriciens pour trouver la meilleure solution, la courbe parfaite : une chaînette inversée. Prenez les extrémités d'une chaîne dans vos deux mains et laissez-la pendre : la chaîne prendra la forme d'une courbe qu'on appelle, sans beaucoup d'originalité, une chaînette ou une caténaire, et dont l'équation a été déterminée au dix-huitième siècle. Renversez cette courbe par symétrie, en échangeant le bas et le haut, et vous obtenez la forme idéale que devrait prendre un arc de cathédrale pour éviter les contreforts. Antoni Gaudi s'est servi de cette méthode pour la Sagrada Familia de Barcelone.

Les bâtisseurs du Moyen-âge nous le rappellent sans cesse : Théorie et expérimentation sont indiscociables. Pas de mathématiques pures sans mathématiques appliquées, et réciproquement. Pas de scientifiques en habit vert sans de modestes artisans.