

Carte blanche. Pour comprendre comment un virus se répand dans une

## CHRONIQUE

### Etienne Ghys

secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, directeur de recherche (CNRS) à l'ENS Lyon

avec une certaine probabilité lors d'une rencontre avec une personne déjà infectée. Une personne infectée devient immunisée après un certain temps. Cela mène à des équations différentielles relativement simples.

## Faites plutôt vacciner vos amis, c'est mathématique

population, la biologie est bien sûr très importante, mais cela ne suffit pas : il faut des mathématiques. Une fois connus un certain nombre de paramètres – le taux de transmission, la durée d'incubation, etc. –, il reste à résoudre des problèmes mathématiques redoutables. Dans le modèle épidémiologique le plus simple, on décompose la population en trois compartiments : les personnes saines, les infectées et les immunisées après la maladie. Les personnes saines peuvent être infectées

**Le mathématicien Etienne Ghys évoque les implications que pourrait avoir le « paradoxe de l'amitié » dans les stratégies de lutte contre les pandémies.**

Publié le 05 février 2020 à 12h00 - Mis à jour le 06 février 2020 à 15h38 | Lecture 3 min.

Il est clair que ce modèle (élaboré il y a un siècle) est d'une grande naïveté. Beaucoup d'autres, de plus en plus complexes, ont été imaginés et fonctionnent dans de nombreuses situations. La difficulté majeure est que la plupart de ces modèles reposent sur une hypothèse d'homogénéité de la population, selon laquelle les individus entrent en contact de manière aléatoire et que la probabilité d'infection ne dépend pas des individus qui se rencontrent. Il faudrait décomposer la population en une multitude de compartiments, en tenant compte par exemple de leur âge ou de l'endroit où ils habitent, etc. Cela devient extrêmement compliqué.

Le problème est de comprendre le « réseau des contacts ». Dessinez 7 milliards de points sur une feuille de papier, un par être humain, et joignez 2 points par un trait chaque fois que les 2 individus correspondants se sont rencontrés la semaine dernière. Comme ce « dessin » est impossible à réaliser dans la pratique, on cherche plutôt à décrire ses propriétés globales. Par exemple, on pense qu'il s'agit d'un « petit monde » : deux êtres humains quelconques peuvent être connectés par une suite très courte d'individus telle que chacun est un ami du suivant. On dit même qu'une chaîne de longueur 6 devrait suffire, ce qui peut inquiéter si le virus se transmet entre amis.

## Théorie des grands réseaux

A une bien plus petite échelle, un groupe de chercheurs a effectué une expérience dans un lycée aux Etats-Unis : pendant une journée, un millier d'élèves ont porté de petits détecteurs autour du cou, et il a été possible d'obtenir la liste complète de toutes les rencontres entre eux (à moins de trois mètres, pendant au moins une minute). Par la suite, les chercheurs ont pu analyser en détail les propriétés de ce réseau de rencontres puis la manière dont une maladie infectieuse pourrait se propager dans ce lycée.

La théorie des très grands réseaux est actuellement en pleine expansion, en mathématiques comme en informatique. Voici un théorème très simple, mais surprenant : « Une majorité d'individus ont moins d'amis que leurs amis ». Prenons l'exemple suivant : M. X a 100 amis qui ne sont amis qu'avec lui. Alors, parmi ces 101 personnes, toutes, sauf une, n'ont qu'un seul ami, mais leur (unique) ami a 100 amis. Il se trouve que ce phénomène se produit toujours, quelle que soit la nature du réseau de l'amitié.

Comme application, imaginons qu'on ne dispose que d'un petit nombre de vaccins et qu'il s'agisse de choisir les personnes qu'il faudrait vacciner. On pourrait vacciner des personnes choisies aléatoirement, mais une bien meilleure idée consisterait à choisir une personne au hasard et à lui demander de désigner l'un de ses amis, et de vacciner cet ami. Celui-ci, ayant plus d'amis, risquerait de contaminer plus de monde et il serait préférable de le vacciner. Dans l'exemple précédent, c'est M. X.

Le paradoxe de l'amitié va plus loin. Non seulement vos amis ont (en général) plus d'amis que vous, mais on dit qu'ils sont plus heureux que vous !

**Etienne Ghys** (secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, directeur de recherche (CNRS) à l'ENS Lyon)

---