

# Amélioration de la numérotation des inconnues pour les solveurs directs creux utilisant de la compression low-rank

Grégoire Pichon, Bora Uçar  
Contact : gregoire.pichon@univ-lyon1.fr

Laboratoire LIP, équipe ROMA, Lyon (<http://www.ens-lyon.fr/LIP/ROMA>)

## Description

La résolution de systèmes linéaires creux est une opération fondamentale dans de nombreuses applications académiques et industrielles. Un exemple classique est la résolution d'équations aux dérivées partielles pour des maillages 2D ou 3D. Les solveurs directs creux sont largement utilisés pour leurs propriétés numériques, cependant leur complexité en temps et en mémoire peut limiter leur utilisation pour de grands problèmes. Afin d'améliorer les solveurs directs creux, des techniques de compression low-rank ont récemment été introduites. L'objectif est de compresser certains blocs de la matrice afin de résoudre la consommation mémoire et le temps associés. La compression Block Low-Rank (BLR) a notamment démontré son efficacité pour les solveurs MUMPS[1] et PaStiX[2]. Cette approche étant relativement récente, de nombreux travaux de recherches sont en cours afin de tenter d'améliorer le comportement des solveurs directs creux utilisant de la compression low-rank.

Dans le cadre de ce stage, nous proposons d'étudier des techniques de numérotation des inconnues pour obtenir 1) de bonnes structures creuses et 2) des blocs bien compressibles. La notion de compressibilité d'un bloc dépend de la distance entre les inconnues qui définissent ce bloc. Dans le contexte des matrices denses, l'objectif est de regrouper les inconnues en clusters, qui ont un faible diamètre et peu de voisins. La méthode utilisée est le K-way partitioning, qui permet de partitionner une matrice en k clusters. Dans le cadre du creux, la première étape consiste à numérotter la matrice pour minimiser le remplissage, les éléments nuls qui deviennent non-nuls durant la factorisation. La dissection emboîtée est largement utilisée pour réaliser cette opération. A partir de cette structure, la factorisation symbolique permet de représenter la matrice creuse sous la forme d'un ensemble de blocs denses. Les séparateurs issus de la dissection emboîtée sont redécoupés via le K-way partitioning.

L'approche actuellement utilisée consiste donc à 1) numérotter le graphe avec la dissection emboîtée puis 2) numérotter chaque bloc de la matrice obtenue avec du K-way partitioning. Si cette approche permet bien de minimiser le remplissage, la création des clusters est contrainte car une partie de la matrice a déjà été numérotée. Dans ce stage, nous proposons de réaliser les opérations inverses 1) effectuer un K-way partitioning sur l'ensemble de la matrice creuse puis 2) en extraire des séparateurs pour créer une dissection emboîtée et donc minimiser le remplissage. L'objectif sera de combiner des algorithmes de graphes proposés par un partitionneur et notamment de reconstruire des séparateurs à partir d'un partitionnement.

L'implémentation de cette stratégie sera effectuée au dessus d'outils de partitionnement comme Scotch[3]. La méthode proposée sera évaluée dans un premier temps pour le solveur PaStiX[4], qui permet de résoudre des systèmes de plusieurs millions d'inconnues sur des machines parallèles.

## Références

- [1] T. Mary, "Block Low-Rank multifrontal solvers : complexity, performance, and scalability", Ph.D. dissertation, Toulouse University, Toulouse, France, Nov. 2017
- [2] G. Pichon, "On the use of low-rank arithmetic to reduce the complexity of parallel sparse linear solvers based on direct factorization techniques", Ph.D. dissertation, Université de Bordeaux, Talence, France, Nov. 2018.
- [3] F. Pellegrini, "Scotch and libScotch 5.1 User's Guide," Aug. 2008, user's manual, 127 pages.
- [4] P. Hénon, P. Ramet, and J. Roman, "PaStiX : A High-Performance Parallel Direct Solver for Sparse Symmetric Definite Systems," *Parallel Computing*, vol. 28, no. 2, pp. 301–321, Jan. 2002.

## Environnement

- Ce stage aura lieu dans le laboratoire LIP, localisé à l'ENS Lyon.
- Pour toute information, merci de nous contacter par mail : [gregoire.pichon@univ-lyon1.fr](mailto:gregoire.pichon@univ-lyon1.fr) et [bora.ucar@ens-lyon.fr](mailto:bora.ucar@ens-lyon.fr)