

---

## Mélanges binaires de granulaires en tambour tournant

---

**Résumé :** Dans le cadre ce stage de physique expérimentale, nous avons mis au point un montage, constitué d'un tambour tournant d'axe horizontal, permettant la mesure en géométrie cylindrique de l'angle d'avalanche  $\theta_a$  et de l'angle dynamique  $\theta_d$  de granulaires. Notre étude porte sur des mélanges binaires (taille et structure) et plus particulièrement sur l'évolution de ces angles en fonction des proportions de mélange. Nous mettons également  $\theta_a$  et  $\theta_d$  en relation avec les coefficients de friction statique  $\mu_s$  et dynamique  $\mu_d$  mesurés en géométrie plane. Nous constatons que la ségrégation est un facteur à prendre en compte car elle entraîne une diminution des valeurs de  $\theta_a$  et  $\theta_d$  au cours du temps.

**Mots Clefs :** GRANULAIRE, TAMBOUR TOURNANT, ANGLE D'AVALANCHE ET DYNAMIQUE, COEFFICIENT DE FRICTION, SÉGRÉGATION

Laboratoire d'accueil :

**Laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon**

(Web : <http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE/>)

Maîtres de Stage :

**Jean-Christophe GÉMINARD**

(Web : <http://perso.ens-lyon.fr/jean-christophe.geminard/>)

(Tel : +33 4 72 72 85 61)

&

**Nicolas TABERLET**

(Web : <http://perso.univ-rennes1.fr/nicolas.taberlet/main.htm>)

(Tel : +33 4 72 72 89 06)

# Table des matières

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Contexte et position du problème</b>  | <b>2</b>  |
| <b>2</b> | <b>Le système d'étude</b>  | <b>3</b>  |
| 2.1      | Le dispositif expérimental . . . . .   | 3         |
| 2.1.1    | Le montage initial . . . . .   | 3         |
| 2.1.2    | Comment mesure-t-on l'angle d'avalanche? . . . . .                                     | 3         |
| 2.1.3    | Les améliorations apportées au montage . . . . .                                       | 4         |
| 2.2      | Le traitement des images . . . . .   | 6         |
| 2.2.1    | Le logiciel <i>SCION Image</i> . . . . .   | 6         |
| 2.2.2    | Les macros mises au point . . . . .  | 6         |
| 2.2.3    | La mesure de l'angle d'avalanche . . . . .   | 6         |
| 2.3      | L'étalonnage . . . . .   | 7         |
| 2.3.1    | Mesure de la vitesse de rotation du cylindre . . . . .                                 | 7         |
| 2.3.2    | L'angle mesuré : $\phi$ et l'angle réel d'avalanche : $\Theta$ . . . . .               | 7         |
| <b>3</b> | <b>Les mélanges binaires</b>   | <b>7</b>  |
| 3.1      | Le mélange de billes de verre . . . . .  | 8         |
| 3.1.1    | Les premiers mélanges . . . . .  | 8         |
| 3.1.2    | Les mélanges intermédiaires . . . . .  | 9         |
| 3.1.3    | Le facteur humidité . . . . .  | 9         |
| 3.2      | Le mélange billes de céramique - billes de verre . . . . .                             | 10        |
| 3.3      | Discussions des incertitudes . . . . .   | 11        |
| 3.3.1    | L'influence du remplissage . . . . .   | 11        |
| 3.3.2    | Les fluctuations de l'angle d'avalanche et l'erreur commise sur les moyennes . . . . . | 12        |
| <b>4</b> | <b>Le lien avec le coefficient de friction mesuré en géométrie plane</b>               | <b>13</b> |
| 4.1      | Théorie et définition . . . . .  | 13        |
| 4.2      | Le dispositif expérimental utilisé . . . . .   | 13        |
| 4.3      | Résultats : comparaison de $\tan \Theta$ et $\mu$ . . . . .                            | 16        |
| <b>5</b> | <b>La ségrégation</b>  | <b>17</b> |
| 5.1      | Description du phénomène . . . . .   | 17        |
| 5.2      | L'influence de la ségrégation sur la mesure des angles . . . . .                       | 18        |
| 5.2.1    | La ségrégation diminue l'angle d'avalanche . . . . .                                   | 18        |
| 5.2.2    | La relaxation du milieu non ségrégué vers le milieu ségrégué . . . . .                 | 18        |
| 5.3      | La réversibilité des mélanges . . . . .  | 19        |
| <b>6</b> | <b>Projets et conclusion</b>   | <b>20</b> |
| 6.1      | Les projets envisagés . . . . .  | 20        |
| 6.2      | Conclusion . . . . .   | 20        |

# 1 Contexte et position du problème

En tant que domaine d'étude, les milieux granulaires représentent la deuxième priorité humaine après l'eau. Ce matériau "low-tech" (à faible valeur ajoutée) intervient aussi bien dans les phénomènes relevant de la géophysique (dunes, glissements de terrain, avalanches) que dans le domaine industriel (activité minière, bâtiment et génie civil, agroalimentaire, ou encore l'industrie chimique et pharmaceutique). Il est par conséquent vital de comprendre le comportement très particulier de ce matériau : un comportement intermédiaire entre les solides et les fluides [6]. Comme l'ont fait Géminard ([5]) et Hill ([3]), on peut observer ce comportement en plaçant des billes de verre dans un tambour tournant : cylindre en rotation dont l'axe est perpendiculaire à la gravité. On note alors deux régimes :

- tout d'abord quand on commence la rotation le sable reste immobile et tourne en un seul bloc comme le ferait un solide,
- puis à partir d'un angle critique dit angle d'avalanche, le sable se met alors à couler en surface comme le ferait un liquide, pour retrouver un niveau plus proche de l'horizontale, défini par l'angle de repos.

De plus les matériaux granulaires présentent une certaine résistance au mélange. Il est connu ([6]) que lorsqu'on mélange deux matériaux granulaires de tailles différentes et qu'on met en rotation le tout dans le système précédemment décrit, on remarque au bout d'un certain temps une réorganisation par type de billes : c'est le phénomène de ségrégation.

Inspiré de [5] et [3], nous avons voulu reprendre ces expériences en tambour tournant afin d'étudier l'évolution de mélanges granulaires en rotation. Cette étude aura pour but d'observer l'évolution de l'angle d'avalanche  $\theta_a$  et de l'angle dynamique  $\theta_d$  en fonction de différentes proportions de mélanges binaires. Ces angles  $\theta_a$  et  $\theta_d$  seront ensuite mis en relation avec les coefficients de friction statique  $\mu_s$  et dynamique  $\mu_d$  mesuré en géométrie plane à l'instar de [7]. Enfin nous terminerons par une discussion sur l'influence de la ségrégation sur les mesures de  $\theta_a$  et  $\theta_d$  et sur les mélanges réversibles déjà étudié dans [4].

Voici un aperçu des notations que nous utiliserons :

- $\beta$  : l'angle que fait la tige avec l'horizontale (en degré),
- $\phi$  : l'angle que l'on va mesurer (en degré),
- $\theta_a$  : l'angle d'avalanche défini comme l'angle maximal atteint par l'interface juste avant l'avalanche (en degré),
- $\theta_r$  : l'angle de repos défini comme l'angle que fait l'interface avec l'horizontale juste après l'avalanche (en degré),
- $\theta_d$  : l'angle dynamique défini comme l'angle d'avalanche continu obtenu pour des grandes vitesses de rotation du cylindre (en degré),
- $v_a$  : vitesse de rotation du cylindre utilisée pour la mesure de  $\theta_a$  en tour/s,
- $v_d$  : vitesse de rotation du cylindre utilisée pour la mesure de  $\theta_d$  en tour/s,
- $\mu_s$  : coefficient de friction statique (sans unité),
- $\mu_d$  : coefficient de friction dynamique (sans unité),
- $F_s$  : force de friction statique (en Newton),
- $F_d$  : force de friction dynamique (en Newton),
- $\delta$  : déplacement de la lame (en  $\mu\text{m}$ ),

## 2 Le système d'étude

### 2.1 Le dispositif expérimental

#### 2.1.1 Le montage initial

Le montage que nous avons utilisé pour la mesure de  $\theta_a$  et  $\theta_d$  a déjà été utilisé dans [1]. Sur les Fig. 1 et Fig. 2 nous pouvons voir à quoi ressemblait le système d'étude initial.

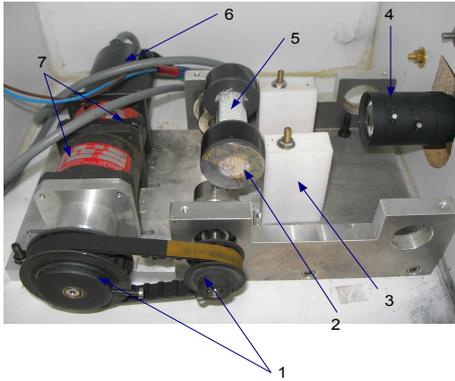


FIG. 1 – Vue centrée sur le cylindre

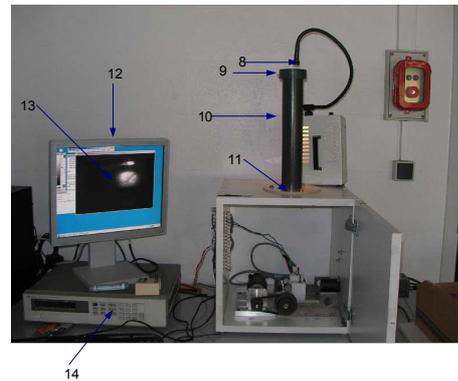
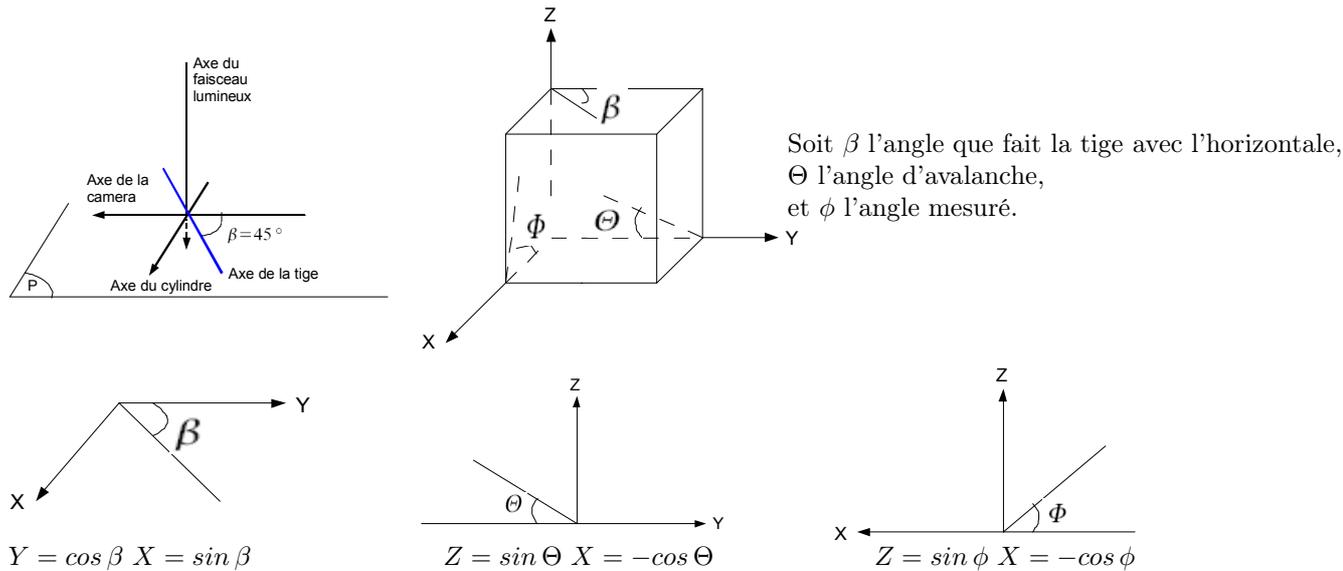


FIG. 2 – Vue d'ensemble

- 1 : Système de deux poulies faisant tourner le cylindre
- 2 : Roues d'entraînement
- 3 : Butées
- 4 : Objectif de la camera
- 5 : Cylindre de verre rempli de billes de verre
- 6 : Moteur
- 7 : Réducteurs
- 8 : Lampe diffusant de la lumière blanche
- 9 : Pièce en PVC + tige en inox dont on va faire l'image sur l'interface du cylindre voir Fig. 4 page 4
- 10 : Cylindre creux
- 11 : Lentille
- 12 : Ordinateur + logiciel *SCION Image*
- 13 : Image obtenue sur l'écran
- 14 : Alimentation continue à tension variable (1 ; 24V)

#### 2.1.2 Comment mesure-t-on l'angle d'avalanche ?

Le principe est le suivant : on place une tige en inox entre la lampe et le cylindre et on fait l'image de la tige sur l'interface du cylindre grâce à une lentille voir Fig. 4 page 4. Lorsque l'on met en marche le moteur, le cylindre se met à tourner et l'interface s'incline faisant face à la camera. Ainsi on peut filmer l'interface et par conséquent l'ombre engendrée par la tige. Grâce à un logiciel d'acquisition et de traitement d'image : *SCION image* on peut mesurer l'angle que fait l'ombre avec l'horizontale. Si l'axe du cylindre, l'axe de la camera et l'axe du faisceau lumineux constitue un repère orthogonal et si la fente est orientée à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de la camera alors cet angle mesuré n'est autre que l'angle d'avalanche. Ce petit calcul en apporte la preuve :



Un peu d'algèbre nous donne :  $\tan \Theta = \tan \beta \tan \phi$ . Si  $\beta = 45^\circ$  alors  $\tan \beta = 1$  et donc  $\tan \Theta = \tan \phi$ , soit  $\Theta = \phi + k\pi$ . Ainsi il nous est possible de mesurer l'angle d'avalanche en mesurant l'angle que fait l'ombre de la tige avec l'horizontale.

### 2.1.3 Les améliorations apportées au montage

La première priorité a été d'améliorer le système optique afin d'obtenir une image plus nette (Fig. 5). Nous avons donc remplacé la lampe par une diode afin d'avoir un faisceau lumineux moins divergent. De plus nous avons limé la tête de la diode toujours pour éviter la divergence du faisceau. De façon à pouvoir utiliser une alimentation continue de 10 V nous avons ajouté une résistance de  $392 \Omega$  en amont de la diode. En effet la tension imposée étant de  $U = 10V$  et le courant nominal de fonctionnement sous  $U=1.8 V$  de la diode de  $I = 20 \text{ mA}$  ; la loi d'Ohm nous donne  $R = \Delta U / I = 410 \Omega$  (Fig. 4). La résistance disponible la plus proche de cette valeur étant une résistance de  $392 \Omega$  nous avons choisi celle-ci.

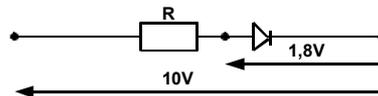


FIG. 3 – Schéma du circuit

Le système optique fonctionne donc de la manière suivante : d'un faisceau divergent provenant d'une diode, on en fait un faisceau parallèle en plaçant la diode au foyer d'une lentille. Ce faisceau parallèle arrive sur la tige placée dans le plan focal objet d'une deuxième lentille qui fait l'image de cette tige sur l'interface du cylindre. Cf Fig. 4.

Nous avons également rajouté un support afin de pouvoir régler la position de la diode et d'avoir le meilleur contraste possible et l'éclairage le plus centré sur le cylindre. La Fig. 5 est une photo du système optique dans son intégralité.

De plus comme le moteur tournait trop vite nous avons ajouté deux réducteurs de  $1/100$  et de  $1/5$  ce qui nous a permis d'augmenter la période des avalanches et par conséquent d'avoir plus de points entre deux avalanches. Puis nous avons échangé la camera couleur pour une camera en noir et blanc évitant ainsi l'apparition de franges sur l'image qui venaient perturber les mesures.

Enfin le dernier réglage que nous avons apporté porte sur le cylindre lui-même. Les bouchons qu'on utilisait n'épousaient pas correctement les bords du tube, de ce fait des grains venaient se coincer entre les parois

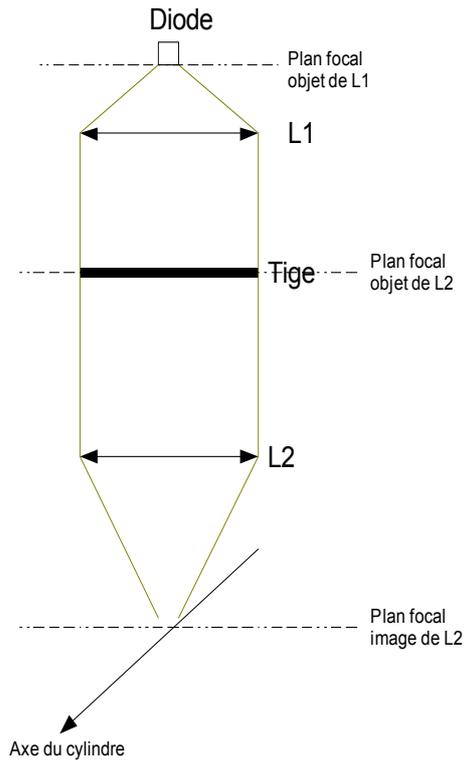


FIG. 4 – Schéma du montage optique

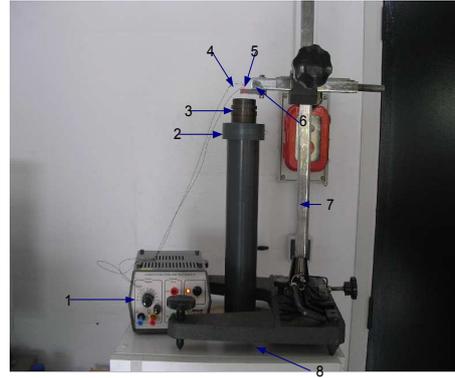


FIG. 5 – Le système optique

- 1 : alimentation continue à tension réglable (-10V , +10V)
- 2 : support de la tige en inox pouvant pivoter et être fixé grâce à une vis en nylon
- 3 : lentille permettant d'avoir un faisceau parallèle
- 4 : résistance de 392 ohms permettant de brancher la diode sur une alimentation pouvant aller jusqu'à 10V
- 5 : diode
- 6 : petite pièce permettant de fixer le diode sur le support
- 7 : pied réglable permettant de régler la position de la diode dans tout l'espace
- 8 : lentille permettant de faire l'image de la tige sur le cylindre

du cylindre et les bouchons et provoquaient des avalanches irrégulières le long du tube en retombant. Ceci se caractérisait à l'écran par l'apparition d'une onde qui se propageait le long du tube (Fig. 6). Nous avons donc fabriqué des bouchons en PVC qui englobaient le tube par ses parois extérieures. Nous avons ensuite posé un bout de ruban adhésif sur toute la circonférence du bouchon afin d'éviter un éventuel glissement du bouchon sur le support en métal. Sur la Fig. 7 est représenté le cylindre utilisé pour toutes les mesures.

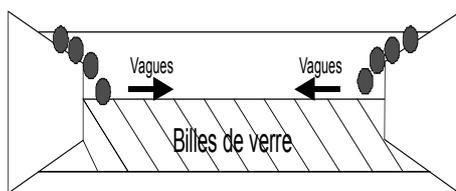


FIG. 6 – Apparition de vagues



FIG. 7 – Le cylindre

## 2.2 Le traitement des images

### 2.2.1 Le logiciel *SCION Image*

*SCION Image* est un logiciel de traitement d'images associé à la carte d'acquisition. Il nous permet d'acquérir les images filmées par la caméra. On fait des films de 1000 images avec une fréquence d'acquisition de 20 images par secondes avec l'instruction *Make Movie* du logiciel. On obtient alors une pile de 1000 images qu'on traite ensuite avec des macros.

### 2.2.2 Les macros mises au point

Les macros sont une série de commandes regroupées en une commande unique plus complexe. Elles sont utilisées pour automatiser les tâches répétitives dans les logiciels.

Les macros que nous avons programmé sont les suivantes :

- la macro 'Espace [E]' et 'Selection[S]' : ces macro consistent à définir un cadre. La première sert à délimiter une zone dans laquelle on va faire notre film, la seconde quant à elle définit la zone dans laquelle va s'appliquer la macro 'Film[F]'. On obtient alors une série d'images vierges comme celle de Fig. 8.
- la macro 'Lissage [L]' : cette macro intervient une fois que l'acquisition des images par l'instruction "MakeMovie" est faite. Elle permet de remplacer les points trop brillants par des points dont l'intensité lumineuse est proche de l'intensité lumineuse moyenne. On obtient alors une image lissée comme celle de Fig. 9.
- la macro 'Film[F]' : cette macro permet de traiter les images lissées. Elle repère par des scans suivant l'horizontale, le point d'intensité lumineuse minimale et elle y place alors un point blanc. On interpole alors tous les points blancs par une droite et on demande ensuite la valeur de l'angle que fait cette droite avec l'horizontale. On obtient alors des images traitées comme celle de la Fig. 10.

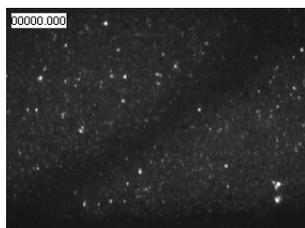


FIG. 8 – Image vierge

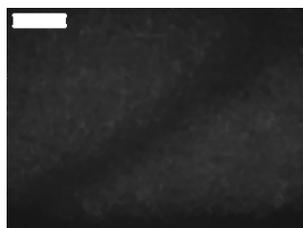


FIG. 9 – Image lissée

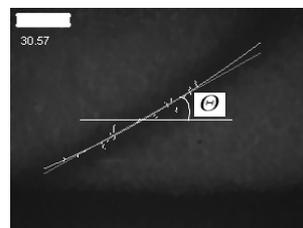


FIG. 10 – Image traitée

**Remarque :** Sur l'image traitée on observe une interpolation polynomiale d'ordre 2. L'idée était d'interpoler les points par un polynôme d'ordre 2 et de tracer la tangente de ce polynôme au niveau du plan moyen. Cependant on s'est aperçu que l'interpolation linéaire correspondait à cette tangente donc ce ne fut pas nécessaire.

Les Fig. 11 et Fig. 12 représentent les courbes typiques que l'on obtient aux vitesses de rotation pour  $v_a = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s et  $v_d = 18,7 \cdot 10^{-2}$  tour/s.

### 2.2.3 La mesure de l'angle d'avalanche

Nous avons écrit un petit programme permettant de repérer l'angle d'avalanche et l'angle de repos. Ce programme est basé sur un système de comparaison. On rentre le nombre de point que l'on veut comparer par exemple dix points. Si les dix points précédents et les dix points suivants sont plus petits alors

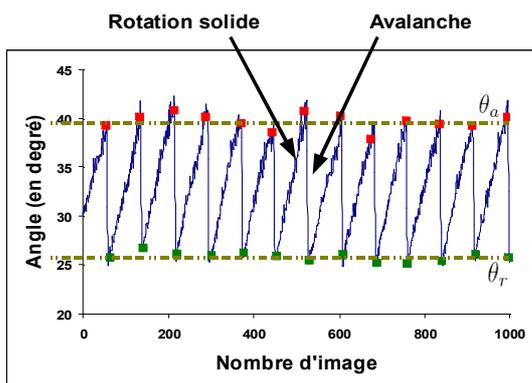


FIG. 11 – Exemple de courbe obtenue à  $v_a$

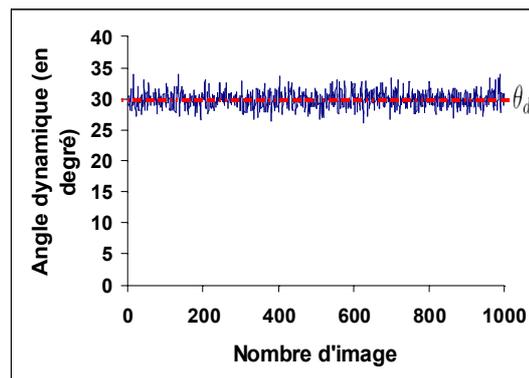


FIG. 12 – Exemple de courbe obtenue à  $v_d$

on considère qu'il y a un maximum et on note sa valeur dans un classeur *Open Office*. On récupère ainsi les maxima et donc les angles d'avalanches. Sur la Fig. 11 on peut voir le type de courbe que l'on obtient. Pour cet exemple on considère des billes de  $215\ \mu\text{m}$  portées à une vitesse de rotation de  $v = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s.

**Remarque :** Sur la Fig. 11 on note une fluctuation plus importante de l'angle d'avalanche par rapport aux fluctuations de l'angle de repos.

## 2.3 L'étalonnage

### 2.3.1 Mesure de la vitesse de rotation du cylindre

Dans un premier temps, afin de connaître le facteur de conversion entre l'angle que l'on mesure sur l'interface et l'angle réel d'avalanche, il nous faut connaître la vitesse de rotation du cylindre. Le cylindre est entraîné par un moteur avec un système de deux poulies de diamètre 6,5 cm et 3,5 cm. Ce moteur est lui-même alimenté par un générateur dont la tension peut varier de 1 à 24 V. Nous avons tracé la vitesse de rotation du cylindre en fonction de la tension imposée et nous avons obtenu une droite de coefficient directeur  $7,78 \cdot 10^{-3}$  tour. $\text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$  avec un coefficient de corrélation de  $R^2 = 0.9985$  (Fig. 13).

### 2.3.2 L'angle mesuré : $\phi$ et l'angle réel d'avalanche : $\Theta$

Pour étalonner notre système nous avons fabriqué une pièce en PVC avec le tour et la fraiseuse disponibles. Cette pièce est un cylindre qu'on a coupé en deux de façon à ce que l'interface corresponde exactement au plan moyen du cylindre en verre. Le but de cet étalonnage est de positionner la tige selon un angle le plus proche possible de  $45^\circ$ . Pour cela nous avons mesuré l'angle que faisait l'ombre de la tige sur les images et nous l'avons comparé à l'angle réel que faisait l'interface avec l'horizontale. Nous avons obtenu une droite de pente 0,92 avec un coefficient de corrélation de  $R^2 = 0.9987$  (Fig. 14).

## 3 Les mélanges binaires

Nous nous sommes ensuite intéressé à l'évolution de l'angle d'avalanche suivant les proportions dans lesquelles on mélange deux types de grains. Et nous avons comparé  $\theta_a$  et  $\theta_d$  aux coefficients de friction statique et dynamique des milieux granulaires. Dans toute la suite pour mesurer  $\theta_a$  et  $\theta_d$  nous avons choisi respectivement les vitesses de rotation  $v_a = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s et  $v_d = 18,7 \cdot 10^{-2}$  tour/s.

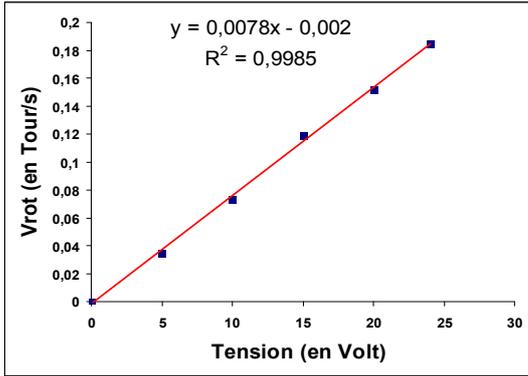


FIG. 13 – Vitesse de rotation

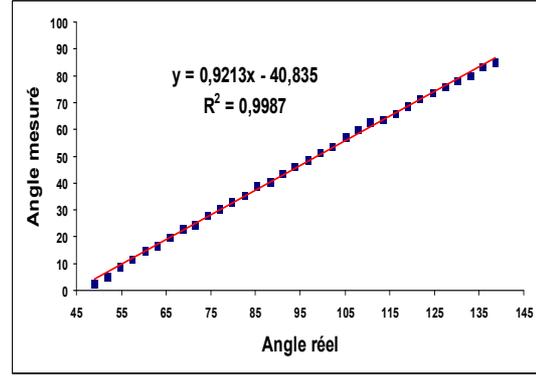


FIG. 14 – Angle mesuré en fonction de l'angle réel

### 3.1 Le mélange de billes de verre

Nous avons mélangé tout d'abord des billes de verre de deux diamètres différents :  $215 \mu\text{m}$  et  $451 \mu\text{m}$ . Ces billes ont été triées par tamisage et observées ensuite au microscope optique pour vérifier leur bonne sphéricité et pour donner une distribution en taille des grains tamisés. Nous avons fait tout d'abord des mélanges pour 25%, 50% et 75%. Ces pourcentages sont des pourcentages en masse de billes de  $215 \mu\text{m}$ .

#### 3.1.1 Les premiers mélanges

##### L'angle d'avalanche

Pour obtenir l'angle d'avalanche nous avons imposé une vitesse de rotation  $v_a = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s. C'est un bon compromis entre avoir un nombre suffisant d'avalanches en 1000 images pour pouvoir faire une moyenne et avoir quand même un nombre de points acceptables entre deux avalanches pour pouvoir déterminer l'angle d'avalanche et l'angle de repos avec précision. Sur la figure Fig. 15 on peut voir l'évolution de l'angle d'avalanche en fonction du pourcentage en masse de billes de diamètre  $215 \mu\text{m}$ . Cette courbe a été obtenue de la manière suivante : pour chaque mélange nous avons fait un film de 1000 images avec une fréquence d'acquisition de 20 images/s. Nous avons repéré les maxima avec le programme d'analyse puis nous avons fait la moyenne de ces maxima pour avoir un angle d'avalanche moyen.

##### L'angle dynamique

En ce qui concerne l'angle dynamique nous avons imposé une vitesse de  $v_d = 18,7 \cdot 10^{-2}$  tour/s. A cette vitesse il n'y plus d'avalanche. Le milieu avalanche continuellement et de ce fait l'angle reste constant. Nous avons donc procédé de la manière suivante : pour chaque mélange on fait la moyenne de tous les angles mesurés. Sur la Fig. 16 on peut voir l'évolution de l'angle dynamique.

**Remarque :** Pour une lecture plus agréable nous nous sommes permis d'interpoler les points par des polynômes. Ces polynômes n'ont aucune signification physique.

Ces premières courbes sont donc assez encourageantes car leur allure est similaire à celles obtenues par Jean-Christophe Géminard dans [5]. En effet il est connu que lorsqu'on rajoute un composant étranger différant par la taille ou la structure l'angle d'avalanche augmente. Et c'est ce que l'on observe sur les Fig. 15 et Fig. 16 avec des tangentes en 0% et 100% supérieures à 0. Nous avons donc voulu valider ces courbes en préparant des mélanges intermédiaires.

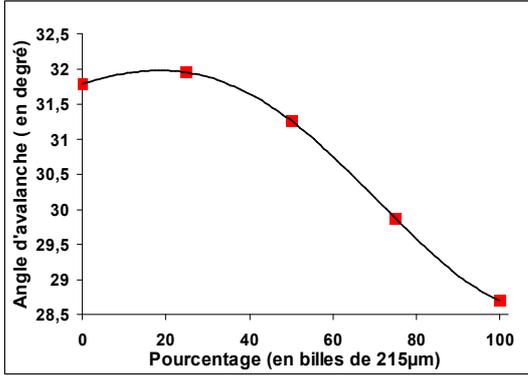


FIG. 15 – Angle d'avalanche

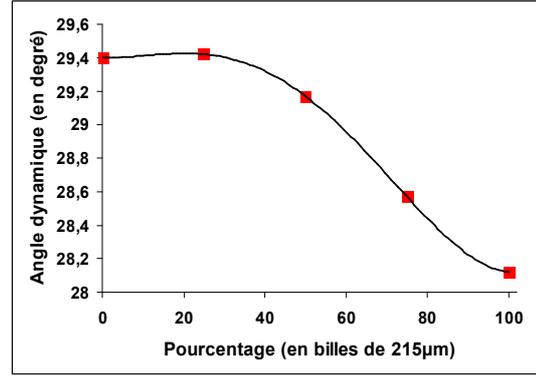


FIG. 16 – Angle dynamique

### 3.1.2 Les mélanges intermédiaires

Nous avons donc préparé des mélanges de 12,5%, 37,5%, 62,5% et 87,5% afin de compléter les courbes. Sur les Fig. 17 et Fig. 18 on peut voir l'évolution de l'angle d'avalanche et de l'angle dynamique en fonction du pourcentage en masse de bille de diamètre 215 µm.

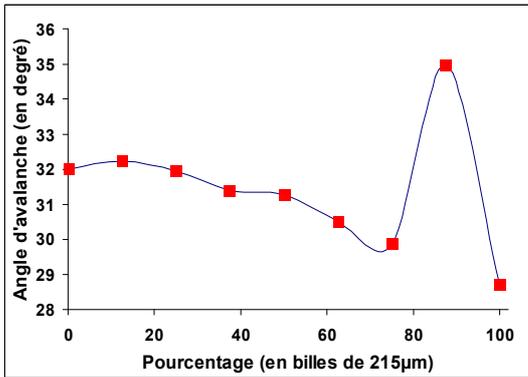


FIG. 17 – Angle d'avalanche

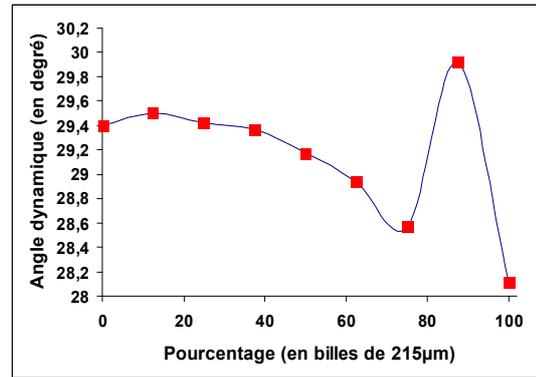


FIG. 18 – Angle dynamique

**Remarque :** Pour une lecture plus agréable nous nous sommes permis d'interpoler les points par des polynômes. Ces polynômes n'ont aucune signification physique.

Le point relatif au mélange 87.5% présente une singularité. En effet après avoir refait plusieurs fois les mesures, l'angle d'avalanche et l'angle dynamique de ce mélange sont anormalement élevés. Deux explications sont possibles : soit le mélange 87.5% est dans une proportion telle que les grains s'organise en une structure interne plus rigide, soit les conditions entre la mesure du mélange à 87.5% et les autres mélanges ont changé.

### 3.1.3 Le facteur humidité

D'après les précédentes études [8], nous savons que l'angle d'avalanche dépend de l'humidité. Nous nous sommes donc posé la question de savoir quel rôle joue l'humidité ici. Bien que nous entreposons nos grains dans des bocalux fermés et que nous bouchons le cylindre avec des morceaux de téflon le taux d'humidité dans l'air a sûrement changé. Nous avons décidé de mettre tous nos mélanges sous une cloche à vide, nous avons fait le vide et on a chauffé à 90 ° C afin de favoriser les échanges entre les grains porteur

d'eau et le vide. Nous avons laissé les échantillons sous la cloche toute une nuit et nous avons fait les mesures de tous les mélanges en 1h20 le jour suivant. Nous avons obtenu les Fig. 19 et Fig. 20 relatives respectivement à l'évolution de l'angle d'avalanche et de l'angle dynamique.

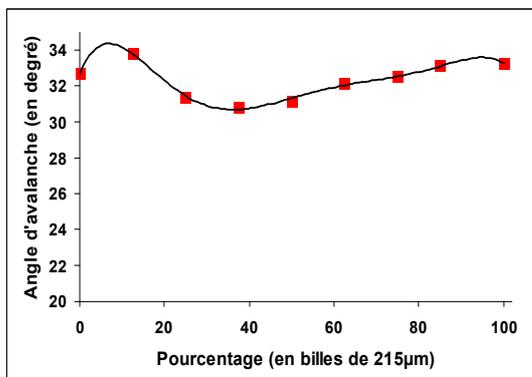


FIG. 19 – Angle d'avalanche

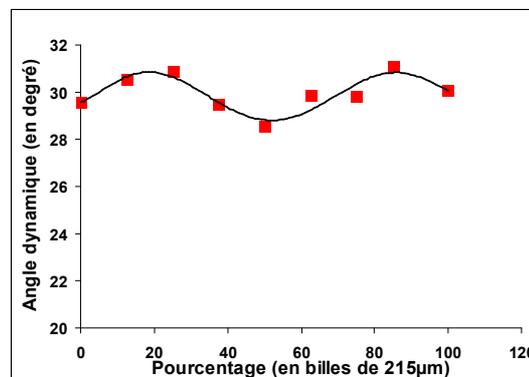


FIG. 20 – Angle dynamique

**Remarque :** Pour une lecture plus agréable nous nous sommes permis d'interpoler les points par des polynômes. Ces polynômes n'ont aucune signification physique.

Nous pouvons d'ores et déjà conclure deux choses. La première est que effectivement l'angle d'avalanche dépend de l'humidité nous en avons fait les frais sur cette expérience et c'est bien l'humidité qui est la cause de l'augmentation de l'angle d'avalanche du mélange à 87.5% et non une éventuelle structure interne due à un mélange dans des proportions particulières. La seconde est qu'en plus la forme générale de la courbe semble également dépendre de l'humidité car ici nous obtenons une courbe convexe. Comment varie l'allure de la courbe en fonction de l'humidité? C'est une question qui nous intéresse et qui va être traitée dans les semaines à venir.

### 3.2 Le mélange billes de céramique - billes de verre

Dans cette partie nous avons mélangé des grains de tailles et de structures différentes. Nous avons choisi des grains de céramique de diamètres compris entre  $425\ \mu\text{m}$  et  $600\ \mu\text{m}$  et des billes de verre de diamètres compris entre  $180\ \mu\text{m}$  et  $300\ \mu\text{m}$ . Et de la même manière nous avons observé la variation de l'angle dynamique et de l'angle d'avalanche en fonction du pourcentage de billes de verre présent dans les mélanges. (Fig. 21 et Fig. 22).

**Remarque :** Pour une lecture plus agréable nous nous sommes permis d'interpoler les points par des polynômes. Ces polynômes n'ont aucune signification physique.

Nous observons à nouveau une courbure différente (ici courbe convexe). Nous remarquons également que les billes de céramique ont un angle d'avalanche plus élevé que les billes de verre. De plus le nombre d'avalanche est plus important dans le cas des billes de verre que dans le cas des billes de céramique. Voici les courbes, Fig. 23 et Fig. 24, représentant la variation de l'angle pour une vitesse de rotation de  $v = 3,9 \cdot 10^{-2}$  tour/s pour les deux échantillons purs.

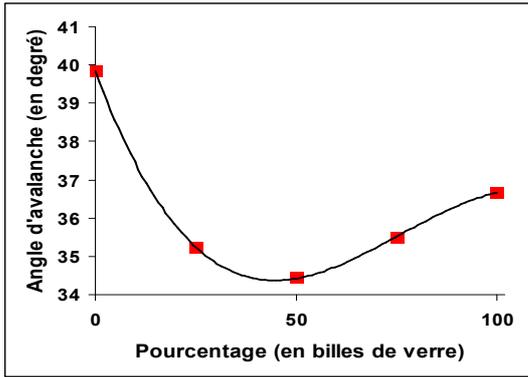


FIG. 21 – Angle d'avalanche

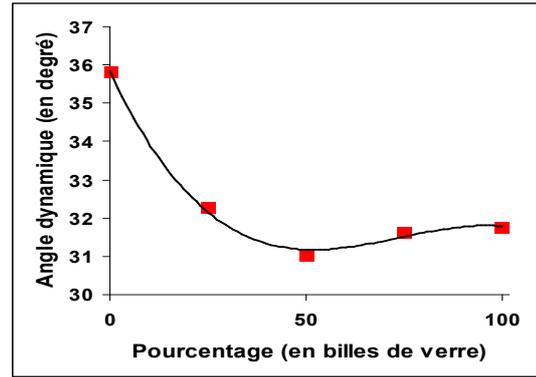


FIG. 22 – Angle dynamique

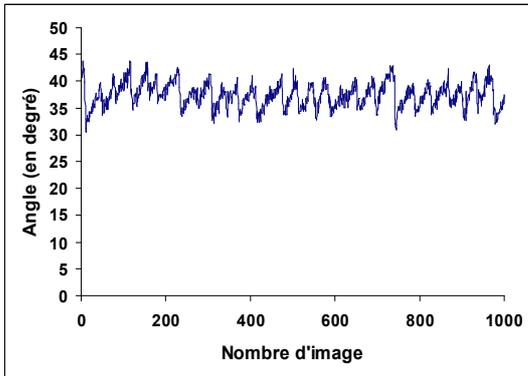


FIG. 23 – Les billes en céramique

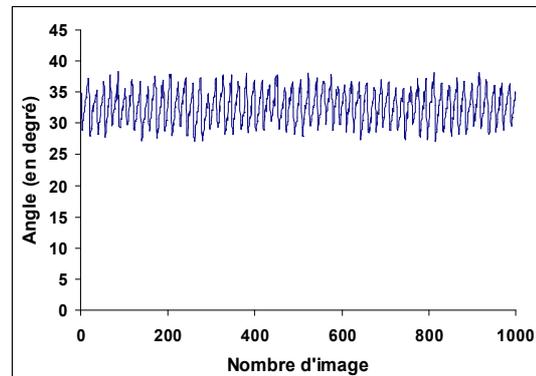


FIG. 24 – Les billes en verre

### 3.3 Discussions des incertitudes

Le but est de donner une incertitude globale sur la mesure d'un angle en testant les différentes sources d'erreur possible.

#### 3.3.1 L'influence du remplissage

Le remplissage peut être une source d'erreur. En effet l'étalonnage implique qu'à chaque mesure notre cylindre doit être à demi rempli, de manière à ce que l'interface du milieu granulaire corresponde exactement au plan moyen du cylindre. Cependant il se peut que le niveau ne soit pas exactement à  $Y = 300$  pixels correspondant sur l'image au plan moyen du cylindre. Quelle est donc l'erreur sur l'angle que l'on commet quand on remplit le cylindre de billes de verres ? Nous avons fait deux remplissages pour des billes de  $215 \mu\text{m}$  pour des masses de billes de 15 g correspondant à un niveau  $Y = 250$  pixels et 21 g correspondant à un niveau  $Y = 300$  pixels ce qui engendrait une différence de niveau de  $\Delta p = 50$  pixels. Nous avons tracé les deux courbes et nous avons obtenu la Fig. 25

On note un angle d'avalanche à  $31^\circ$  pour le remplissage à  $Y = 250$  pixels et un angle d'avalanche de  $29^\circ$  pour un remplissage de  $Y = 300$  pixels. Soit une différence de  $\Delta\theta = 2^\circ$ . Soit une erreur produite sur l'angle de  $0.04^\circ$  car on peut obtenir une précision sur le niveau de l'interface de 1 pixels. Autant dire que l'erreur produite sur le remplissage est négligeable.

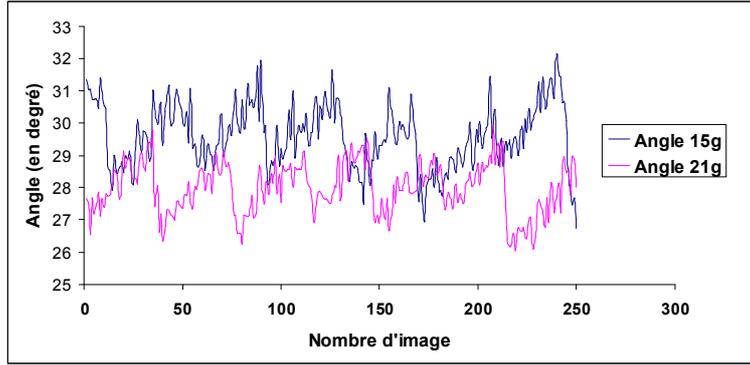


FIG. 25 – Angle obtenu pour M= 15 g et M= 21 g

### 3.3.2 Les fluctuations de l’angle d’avalanche et l’erreur commise sur les moyennes

Si l’on regarde le type de courbe que l’on obtient par exemple pour les 300 premières valeurs du mélange 75% en 215  $\mu\text{m}$  (Fig. 26), on s’aperçoit que l’angle d’avalanche fluctue. Nous pouvons donner une approximation des fluctuations de l’angle d’avalanche, en donnant l’écart type des maxima pour chaque mélange résumé dans le tableau de la Fig. 26 :

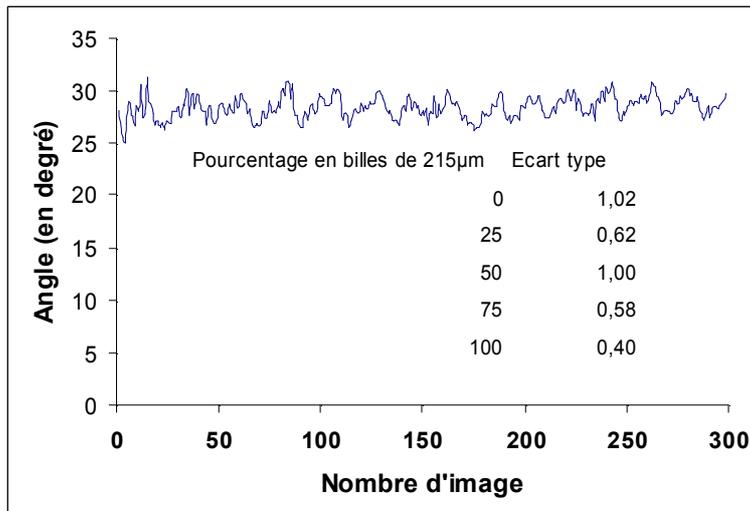


FIG. 26 – Fluctuation de l’angle d’avalanche et écart type sur les moyennes

Pour avoir une idée de l’erreur que l’on commet en faisant cette moyenne nous pouvons définir un intervalle de confiance  $I = 2\sigma/\sqrt{n}$  où  $\sigma$  est l’écart type et  $n$  le nombre de maxima. Voici donc un tableau (Tab. 1) rendant compte de l’erreur commise en faisant cette moyenne :

Et de la même manière que pour l’angle d’avalanche, on peut mesurer l’écart type et l’intervalle de confiance pour le cas de l’angle dynamique (Tab. 2)

Venons en à la dernière et principale cause d’incertitude sur la mesure des angles d’avalanche. Comme le montre la Fig. 26 les fluctuations de l’angle sont typiquement de l’ordre de  $1^\circ$ , pour des angles mesurés

| Pourcentage en 215 $\mu\text{m}$ | Intervalle de confiance |
|----------------------------------|-------------------------|
| 0                                | 0.68                    |
| 25                               | 0.28                    |
| 50                               | 0.34                    |
| 75                               | 0.18                    |
| 100                              | 0.20                    |

TAB. 1 – Intervalle de confiance pour l’angle d’avalanche

| Pourcentage en 215m | Ecart type | Intervalle de confiance |
|---------------------|------------|-------------------------|
| 0                   | 0,212      | 0,018                   |
| 25                  | 0,396      | 0,026                   |
| 50                  | 0,898      | 0,056                   |
| 75                  | 0,905      | 0,058                   |
| 100                 | 0,559      | 0,036                   |

TAB. 2 – Ecart type et intervalle de confiance pour l’angle dynamique.

de l’ordre de  $30^\circ$  l’incertitude concernant la mesure de l’angle d’avalanche est de 3%. Aux vues des deux ordres de grandeurs précédents c’est ce pourcentage d’erreur que nous retiendrons.

## 4 Le lien avec le coefficient de friction mesuré en géométrie plane

### 4.1 Théorie et définition

On définit le coefficient de friction  $\mu$  selon la loi d’Amonton et de Coulomb comme le rapport entre la force tangentielle et la force normale exercée sur le patin (Fig. ??) :

$$\mu = \frac{T}{N}$$

(Fig. 27). On peut relier ce coefficient de friction à l’angle d’avalanche. En effet dans le cas de la géométrie cylindrique si on fait le rapport entre la force tangentielle et la force normale dans le coeur du mélange on trouve :

$$\tan \Theta = \frac{T}{N}$$

(Fig. 28). De ce fait on obtient la relation entre le coefficient de friction et l’angle d’avalanche qui est  $\mu = \tan \Theta$ .

### 4.2 Le dispositif expérimental utilisé

C’est en collaboration avec Thibaut Divoux en première année de thèse sous la direction de Jean-Christophe Géminard que nous avons donc essayé de confirmer cette relation entre coefficient de friction et angle d’avalanche. Nous avons utilisé le montage suivant inspiré de [7] que nous pouvons voir sur les Fig. 29 et Fig. 30.

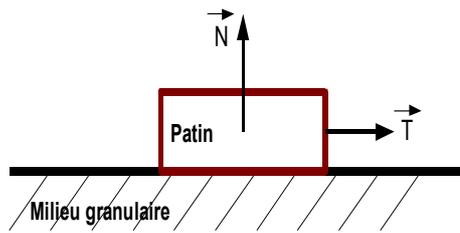


FIG. 27 – Géométrie plane

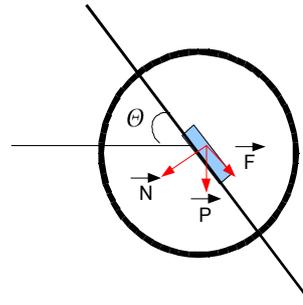


FIG. 28 – Géométrie cylindrique

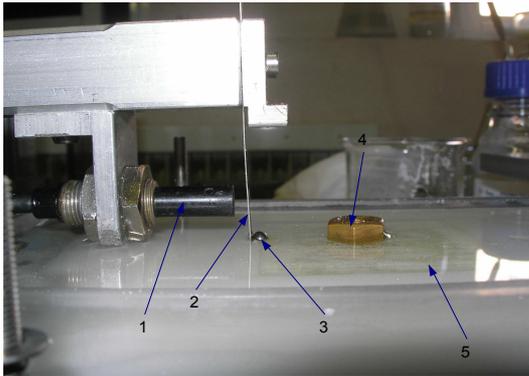


FIG. 29 – montage friction zoomé

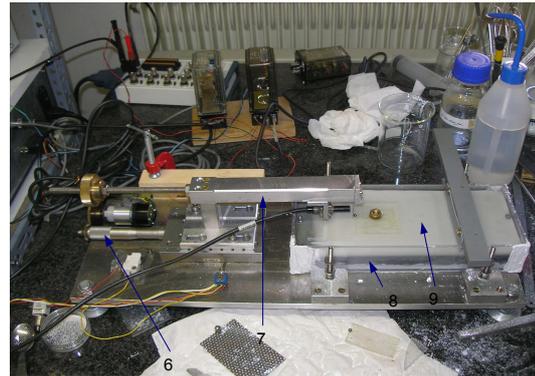


FIG. 30 – Montage friction : vue d'ensemble

- 1 : Capteur schevitz mesurant le déplacement de la lame
- 2 : lame en métal de constante de raideur connue reposant sur 3
- 3 : bille en acier appartenant au patin pour éviter l'apparition d'un couple
- 4 : écrou posé sur le patin servant à augmenter la masse du patin et par conséquent à faire varier la force normale
- 5 : patin constitué d'une plaque en PVC reposant sur un lit de grains
- 6 : moteur pas à pas mettant en mouvement le patin à des vitesses typique de 0,1 à 100  $\mu\text{m}/\text{s}$
- 7 : support mobile
- 8 : cuve contenant les grains
- 9 : lit de grains

**Remarque** : On remarque ici que les grains sont immergés mais nous rappelons que toutes nos expériences ont été faites en sec.

**Remarque 2** : On a collé des grains de 450  $\mu\text{m}$  sous le patin de manière à mesurer le même coefficient de friction

On pousse le patin à l'aide d'une lame ressort montée sur un support mobile dont on contrôle la vitesse.

Le principe de mesure du coefficient de friction est le suivant : le capteur inductif mesure le déplacement  $\delta$  de la lame Fig. 31 entre sa position initiale et sa position fléchie (Fig. 31). On connaît la constante de raideur de la lame à l'endroit où la bille est en contact. Cette constante de raideur a été mesuré avec un

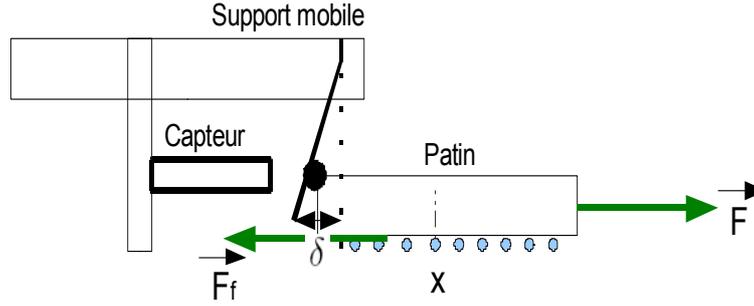


FIG. 31 – Le principe de mesure de  $\mu$

capteur de force et vaut  $k = 171,8 \pm 0,8 N.m^{-1}$  aux faibles déformations de la lame. On l'assimile à un ressort ; de ce fait la force tangentielle est de la forme  $F = k\delta$ . Les autres forces tangentielles sont la force de friction  $F_f$  et la force de frottement fluide (air)  $F_v$ .

Cependant on peut négliger la force de frottement fluide devant la force de rappel de la lame. Les dimensions du patin sont  $h=5,0$  mm  $L=50,0$  mm, on évalue le nombre de Reynolds à :

$$Re \approx \frac{l.v}{\nu} \approx \frac{5.10^{-2}.10^{-6}}{10^{-5}} \approx 10^{-3} \ll 1$$

où  $l$  désigne la taille caractéristique de l'objet,  $v$  sa vitesse et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Il est donc légitime d'écrire la force visqueuse comme une force de type Stokes

$$F_v \simeq C.\eta.l.v \approx 10.10^{-5}.5.10^{-2}.10^{-6} \approx 10^{-11} N \ll 1$$

où  $C$  est une constante de forme typiquement de l'ordre de 10 et  $\eta$  la viscosité dynamique. Or les forces que l'on mesure sont typiquement :

$$F \simeq k\delta \approx 10^{-1} N$$

où  $k$  est la constante de raideur de la lame et  $\delta$  le déplacement subi.

De ce fait le rapport

$$\frac{F_v}{F} \approx 10^{-8} \ll 1$$

La force de frottement fluide dans l'air est donc bien négligeable.

L'équation dynamique projetée selon l'axe Ox est donc

$$M\ddot{x} = -k\delta(t) + F_f(t)$$

En se plaçant en régime permanent on a donc  $F_f = F$ . On mesure alors

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{F}{Mg}$$

où  $M$  est la masse du système (patin=écrou). Les valeurs de  $\mu$  que l'on a obtenues sont comprises entre 0,3 et 0,6.

### 4.3 Résultats : comparaison de $\tan \Theta$ et $\mu$

Dans un premiers temps, pour se familiariser avec le montage nous avons testé des billes de verres de diamètre compris entre  $250 \mu\text{m}$  et  $315 \mu\text{m}$ . Le but étant de vérifier que la force tangentielle est bien proportionnelle au poids, nous avons fait varier la masse du patin en ajoutant progressivement des masses. Nous avons imposé une vitesse de translation du patin de  $V = 8.8 \mu\text{m/s}$ . Le logiciel d'acquisition *VI logger* renvoie une tension qu'il faut convertir en distance. Cette conversion a été établie lors d'un étalonnage précédent, on a la relation  $\delta = 4031,3 - 745,24 V + 51,989 V^2 - 1,6978 V^3$  où  $\delta$  est en  $\mu\text{m}$  et  $V$  en volt. Il suffit ensuite de multiplier cette distance par la constante de raideur  $k$  pour obtenir la force de friction. Sur les Fig. 32 et Fig. 33, la masse du système patin+écrous vaut  $M = 58.5 \text{ g}$ . On peut voir (Fig. 32) que la force augmente jusqu'à une force seuil c'est à ce moment que le patin commence à bouger. Le patin avance alors par à coup : Cf Fig. 33, la force augmente : le patin est à l'arrêt, jusqu'à une force seuil, le patin se met alors en mouvement et la force diminue jusqu'à une force de repos Cf Fig. 34 et le processus recommence.

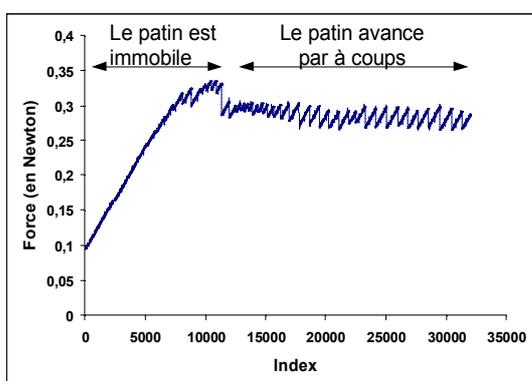


FIG. 32 – La force de friction

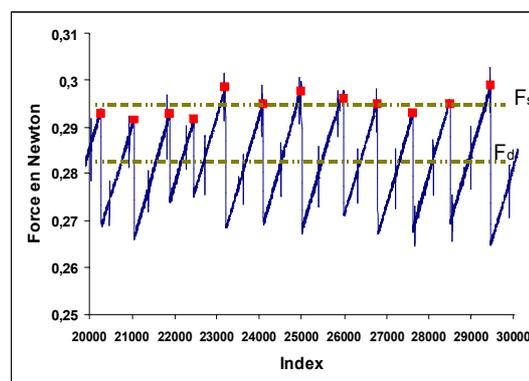


FIG. 33 – Le régime stick-slip

On peut alors définir le coefficient de friction statique comme étant le rapport entre la force de friction maximale et le poids. Pour mesurer le coefficient de friction statique de cet échantillon nous avons donc mesuré la force de friction maximale moyenne dite force de friction statique  $F_s$  pour des masses du patin différentes et nous les avons tracé en fonction du poids. Nous avons obtenu cette droite représentée sur la Fig. 35 de coefficient directeur 0,5199 et de coefficient de corrélation de  $R^2 = 0,9999$ . Cette valeur n'est autre que la valeur du coefficient de friction statique du milieu granulaire.

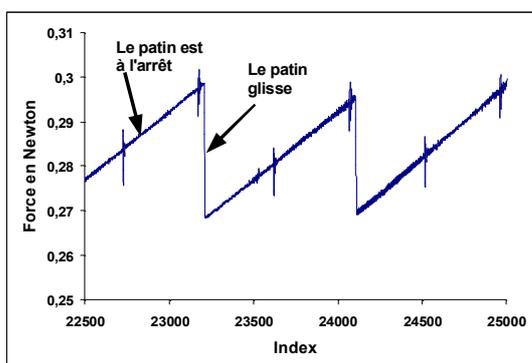


FIG. 34 – Le mouvement du patin

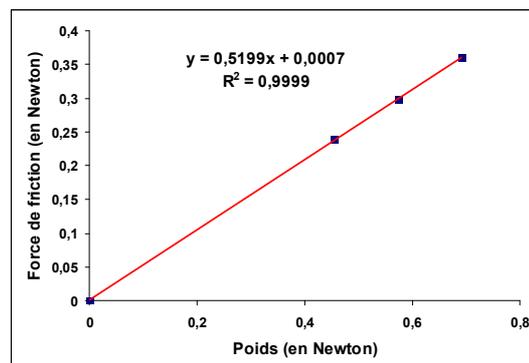


FIG. 35 – Regression linéaire de coefficient directeur  $\mu_s$

De plus on définit le coefficient de friction dynamique  $\mu_d$  comme étant le rapport entre la force de friction moyenne dite force de friction dynamique  $F_d$  et le poids. Ainsi il est possible de comparer d'une part  $\mu_s$  et  $\tan \theta_a$  et d'autre part  $\mu_d$  et  $\tan \theta_d$ .

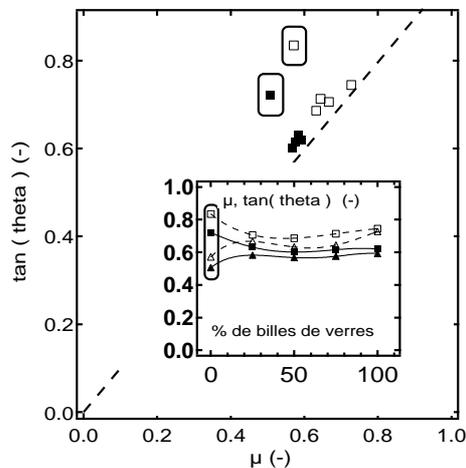


FIG. 36 – La comparaison  $\mu$ ,  $\tan \theta$

La Fig. 36 a été tracé pour le mélange de billes de céramique et de billes de verre. Dans le graphe  $\mu=f(\%)$  les carrés correspondent à la mesure effectuée en géométrie cylindrique donc à  $\tan \theta$  et les triangles correspondent aux mesures effectuées en géométrie plane donc à  $\mu$ . Les icones non remplies correspondent à la mesure du coefficient de friction statique plus haut d'environ  $3.5 \cdot 10^{-2}$  par rapport au coefficient de friction dynamique représenté par les icones remplies. En traçant donc  $\tan \theta$  en fonction de  $\mu$  ainsi que la première bissectrice on s'aperçoit que les valeurs coïncident bien (il persiste cependant un écart systématique qui est à mettre dans les barres d'erreur) exceptée pour les mesures en céramique pur entouré sur la Fig. 36. Cette écart peut être du au fait que les grains en céramiques n'avalanchent pas mais glissent le long de la paroi du cylindre.

## 5 La ségrégation

### 5.1 Description du phénomène

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction, les milieux granulaires présentent une certaine résistance aux mélanges.

Il existe deux formes de ségrégation (Fig. 37) d'après [2]. La première est dite ségrégation radiale et apparaît assez rapidement ( quelques rotations). Les particules de plus petite taille se regroupent autour de l'axe du cylindre alors que les gros grains occupent l'espace proche des bords du cylindre. La seconde intervient un peu plus tard ( au bout de 100 rotations environ ). Elle est appelée ségrégation axiale. Les grains se réorganisent alors en plusieurs bandes parallèles de grains identiques perpendiculaires à l'axe du cylindre. Les gros grains sont en foncé et les petits grains en clair.

Au cours ce de stage de recherche nous avons pu également aborder le phénomène de la ségrégation. Comme la ségrégation radiale ne peut pas être étudiée dans notre cas car nous utilisons des bouchons opaques, nous nous sommes limité à la ségrégation axiale ou encore par bandes. L'objectif ici est de savoir si la ségrégation a une influence ou non sur l'angle d'avalanche et si oui à quelle échéance.

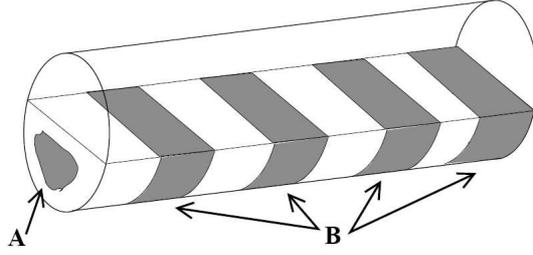


FIG. 37 – Les deux formes de ségrégation : A) Ségrégation radiale, B) Ségrégation axiale, extrait de [2].

## 5.2 L'influence de la ségrégation sur la mesure des angles

### 5.2.1 La ségrégation diminue l'angle d'avalanche

Pour cela donc reprenons notre premier montage. Après avoir testé plusieurs mélanges, nous avons choisi de travailler avec un mélange binaire de 80% de billes de verre de diamètre  $215\ \mu\text{m}$  et 20% de  $451\ \mu\text{m}$  car pour ce mélange on voit clairement les bandes se former. Nous avons donc procédé de la manière suivante : pour deux vitesses différentes de rotation  $v_a = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s et  $v_d = 18,7 \cdot 10^{-2}$  tour/s correspondant à la mesure de  $\theta_a$  et  $\theta_d$  nous fait des prises de mesures à l'instant  $t = 0$  s, nous avons laissé tourner le cylindre après 5 min nous avons fait une autre série de mesure. Les Fig. 38 et Fig. 39 montre que la ségrégation abaisse le l'angle d'avalanche et l'angle dynamique. Cependant une question de pose quel type de ségrégation avons-nous ?

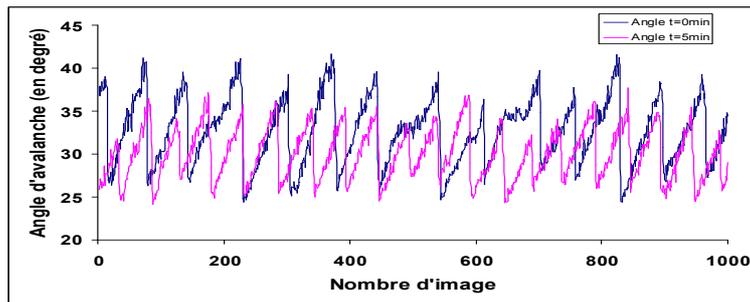


FIG. 38 – Influence sur  $\theta_a$

En effet comparons les vitesses. 5 min à  $v_a = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s correspond à une rotation de 4.68 tours. Autant dire que seule la ségrégation radiale intervient puisque la ségrégation axiale n'apparaît qu'au bout d'une centaine de rotations. Et c'était le cas on n'observe pas de bandes après 5 min quand on tourne à  $v_a = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s. Par contre en 5 min à une vitesse de  $v_d = 18,7 \cdot 10^{-2}$  tour/s on a parcouru 56,1 tours donc la ségrégation axiale commence à se mettre en place. Et effectivement les bandes étaient nettement visibles.

Sur la Fig. 40 on voit clairement que le milieu non ségrégué relaxe vers le milieu ségrégué. La question qu'on s'est alors posée est : quel est le temps caractéristique de la relaxation du milieu non ségrégué vers le milieu ségrégué ?

### 5.2.2 La relaxation du milieu non ségrégué vers le milieu ségrégué

L'objectif est de visualiser l'évolution des angles d'avalanche au cours du temps. Pour cela donc nous avons fait des mesures sur 1000 images toutes les 1min30 et nous avons tracé les angles d'avalanche en fonction du temps et leur moyenne pour chaque série de mesure (Fig. 41).

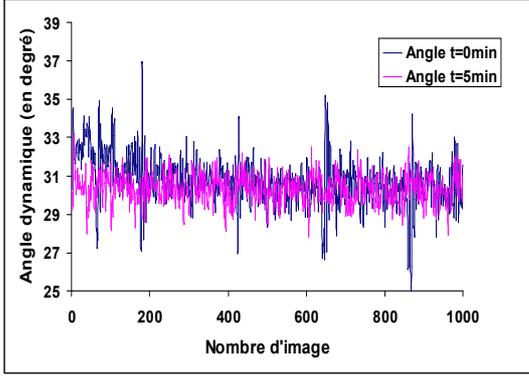


FIG. 39 – Influence de la ségrégation sur  $\theta_d$

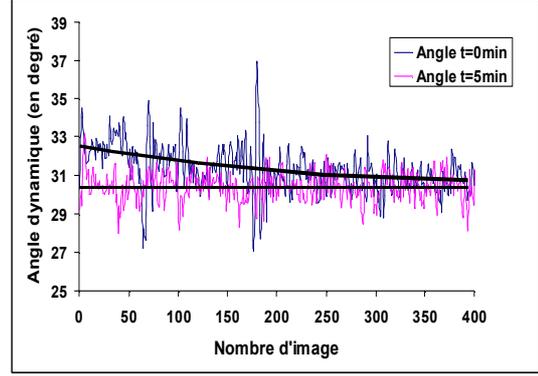


FIG. 40 – La décroissance de l'angle dynamique

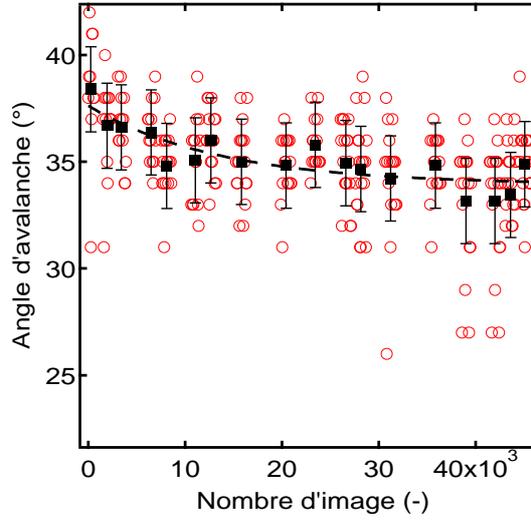


FIG. 41 – La décroissance de l'angle d'avalanche

Nous observons alors une décroissance très nette de l'angle d'avalanche au cours du temps, typiquement de 2 à 3°. Nous avons interpolé les points avec le logiciel *Igor pro* par une exponentielle décroissante. Le temps caractéristique étant de  $\tau = 13550$  images. Sachant que notre fréquence d'acquisition est de 20 images/s, la conversion en temps donne  $\tau = 678$  s soit environ 11 min. Si l'on convertit maintenant en tour effectué sachant que  $v = 1,56 \cdot 10^{-2}$  tour/s on obtient  $\tau = 10$  tours.

### 5.3 La réversibilité des mélanges

Un mélange binaire est dit réversible si lorsqu'on passe d'une vitesse de rotation où le mélange ségrège à une vitesse de rotation plus faible, les bandes alors obtenue disparaissent progressivement et si en augmentant à nouveau la vitesse elle réapparaissent. Nous avons pu observé ce phénomène avec le mélange binaire à 80%. On laisse tourner le cylindre à la vitesse  $v_d = 18,7 \cdot 10^{-2}$  tour/s pendant 5 min, les bandes apparaissent on diminue alors la vitesse à  $v_a = 1,6 \cdot 10^{-2}$  tour/s. Au bout de 25 min les bandes ont disparues. On réhausse la vitesse à  $v_d = 18,7 \cdot 10^{-2}$  tour/s et à nouveau au bout de 5 min les bandes réapparaissent. On peut donc dire de ce mélange qu'il est réversible. On aurait aimé relier la forme des courbes à cette propriété macroscopique.

## 6 Projets et conclusion

### 6.1 Les projets envisagés

Plusieurs questions restent ouvertes :

Premièrement il faudrait faire les mesures en contrôlant le taux d'humidité. Il serait intéressant de tracer l'angle d'avalanche d'un échantillon pur (contenant qu'une seule taille de grains) en fonction de d'un pourcentage d'humidité. En toute fin de stage nous avons mis en place le dispositif suivant : On place le produit dans une boîte fermée et on y entrepose des solutions salines saturées (par exemple de l'iodure de potassium ou du carbonate de potassium) pour y définir un taux d'humidité constant (on met également un ventilateur pour homogénéiser l'air et éviter des éventuelles stratifications) comme l'a déjà fait [8]. On peut désormais faire des mesures pour des taux d'humidité différents et ainsi voir l'évolution de l'angle suivant ce taux. De plus il semblerait que la forme des courbes Angle=f(pourcentage en bille de  $215\ \mu\text{m}$ ) dépend de l'humidité. Si on travaille dans les conditions énoncées précédemment, on pourra observer l'évolution de la forme de la courbe suivant le taux d'humidité.

Il serait intéressant ensuite d'étudier plus précisément la décroissance du milieu non ségrégué vers le milieu ségrégué afin de connaître la forme de cette décroissance mais aussi sa dépendance (humidité) et voir également si à humidité fixée, elle varie suivant les proportions de mélanges.

### 6.2 Conclusion

Pour conclure, l'étude menée sur les mélanges granulaires a permis de montrer l'équivalence des deux coefficients de friction : l'un mesuré en géométrie cylindrique et l'autre en géométrie plane. De plus l'humidité et la ségrégation sont des facteurs importants à prendre en compte lors de la mesure d'angle d'avalanche en tambour tournant. Le premier l'augmente, le second le diminue au cours du temps.

## Références

- [1] Gayvallet, H. et Géminard, J.C. (2002) Eur. Phys. J. B. **30** 369,
- [2] Richard, P. (2006). Quelques Eléments de Physique des Milieux Granulaires. Habilitation à Diriger des Recherches 33-41.
- [3] Hill, K.M., Caprihan, A., et Kakalios, J. (1997). Bulk Segregation in Rotated Granular Material Measured by Magnetic Resonance Imaging. Physical Review Letters, 78.
- [4] Fiedor, S.J., Umbanhowar, P., et Ottino, J.M. (2006). Dynamics of axial segregation in granular slurries : Parallel experiments and influence of aspect ratio and periodic tilting. Physical Review E, 73, 041303.
- [5] Géminard, J.C., et Losert, W. (2002). Physical Review E, 65, 041301.
- [6] Duran, J. (1997). Sables, poudres et grains. Eyrolles.
- [7] Géminard, J.C. (2003). Quelques propriétés mécaniques des matériaux granulaires immergés. Habilitation à Diriger des Recherches 33-41.
- [8] Restagno, F. (2000). Interactions entre contacts solides et cinétique de la condensation capillaire. Aspects macroscopiques et aspects microscopiques.