
Friction granulaire : diagramme k-v

Résumé : *L'étude des milieux granulaire et de leur écoulement est un problème vaste qui possède de nombreuses applications dans l'industrie, les transports ou encore dans la prédictions d'évènements naturels. Pour étudier les phénomènes de friction au sein de tels matériaux, on peut étudier leur réponse à différentes situations de cisaillement simple. On peut considérer parmi ces situations le cas particulier de la traction d'un système masse-ressort à vitesse constante à la surface du matériau. L'étude de la dynamique de la masse donne alors des informations sur les caractéristiques de sa réponse au cisaillement. On remarque ainsi que le problème s'assimile à un problème de friction et on observe l'apparition d'une instabilité de stick-slip, caractéristique de la différence de réponse au cisaillement en mouvement et à l'arrêt. Le système dévoile aussi l'existence d'autres régimes qui traduisent le comportement non-solide du milieu granulaire. On assiste ainsi à des oscillations régies en fréquence par l'inertie du système masse-ressort, mais aussi une stabilisation à grande vitesse, la masse glissant de façon continue.*

Le but de ce stage a été de repérer les transitions entre ces régimes pour différentes valeurs des nombreux paramètres, grâce à un patin tracté horizontalement et à vitesse constante par une lame ressort à la surface d'un lit de grains. L'étude s'est concentrée sur l'influence de la raideur k et la vitesse constante v de traction du patin, pour pouvoir in fine placer ces transitions sur un diagramme $k - v$ expérimental, manquant dans la littérature. On a pu y découvrir l'influence de l'humidité sur les signaux obtenus et la progressivité de l'évolution des caractéristiques du stick-slip

Mots clefs : *friction, granulaire, cisaillement, diagramme*

Stage encadré par :

Jean-Christophe Géminard

jean-christophe.geminard@ens-lyon.fr / tél. (+33) 4 72 72 88 65

Laboratoire de Physique (UMR CNRS 5672)

ENS de Lyon

46, allée d'Italie

F-69364 LYON CEDEX 07, FRANCE

<http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE/>

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Christophe pour son implication et ses précieux conseils, qui m'ont fait gagner un temps considérable. Je remercie également Valérie Vidal pour son intérêt et sa sympathie. Merci à tous les occupants du haut de la mezzanine et d'en-dessous pour leur bonne humeur, qui ont fait de ce stage un moment très agréable. Merci à Clément pour ces pauses-café et enfin merci à tout le labo pour cette ambiance chaleureuse !

Table des matières

1	Introduction	1
2	Présentation de l'expérience	2
2.1	Montage expérimental	2
2.2	Mesures et exploitation	3
2.3	Paramètres importants	4
2.4	Incertitudes	6
3	Résultats	6
3.1	Étude des régimes	6
3.2	Construction du diagramme	8
3.2.1	Etude en amplitude	8
3.2.2	Etude de la période	10
3.2.3	Diagramme $\mathbf{k} - \mathbf{v}$	13
4	Discussion	14
5	Conclusions et perspectives	15
	Bibliographie	16

1 Introduction

L'étude de la friction entre deux solides montre l'existence d'une contrainte tangentielle $\sigma_{t,s}$ seuil au-delà de laquelle les solides glissent l'un par rapport à l'autre, et qui est proportionnelle à la contrainte normale au contact σ_n . Le coefficient de friction statique $\mu_s = \left| \frac{\sigma_{t,s}}{\sigma_n} \right|$ caractérise ce seuil. Lors du glissement, on observe une proportionnalité directe entre σ_t et σ_n , et la friction est caractérisée par le coefficient dynamique $\mu_d = \left| \frac{\sigma_t}{\sigma_n} \right|$, inférieur à μ_s . On peut caractériser cette friction en tractant un système masse-ressort à vitesse constante à la surface du milieu à étudier (FAIRE UN SCHEMA). On observe l'apparition d'un régime de glissement saccadé appelé régime de "stick-slip" ou "collé-glissé". Le mouvement de la masse M consiste alors en une succession de phases d'arrêt et de phases de glissement, dont les caractéristiques dépendent à la fois de la fréquence ω du système masse-ressort, de la vitesse de traction v et des coefficients de friction masse-substrat statique μ_s et dynamique μ_d . Lors d'une phase d'arrêt, l'élongation du ressort augmente au cours du temps, et avec elle la force de traction exercée sur la masse. La masse étant immobile, la force de réaction tangente \vec{T} s'opposant exactement à la traction augmente elle aussi. Après un temps τ_1 , cette force atteint la valeur seuil de $|\vec{T}| = \mu_s Mg$, et prend alors une valeur constante $|\vec{T}| = \mu_d Mg$. La masse, soumise horizontalement à cette force constante et à la force de rappel du ressort, est soumise à l'équation du mouvement

$$\ddot{x} = \frac{k}{M}(vt - x) - \mu_d M \quad (1)$$

Elle entame un mouvement oscillant d'amplitude A (dans le référentiel translaté à vitesse v par rapport au substrat), jusqu'à s'arrêter à nouveau après un certain temps τ_2 . Avec k la raideur du ressort, on a alors

$$\tau_1 = \frac{(\mu_s - \mu_d)Mg}{kv} = \frac{(\mu_s - \mu_d)g}{k\omega^2} \quad (2)$$

$$\tau_2 = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2}{\omega} \arctan\left(\frac{v\omega}{(\mu_s - \mu_d)g}\right) \quad (3)$$

$$A = \sqrt{\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{(\mu_s - \mu_d)g^2}{\omega}\right)^2} \quad (4)$$

On utilise le système ci-dessus pour étudier le cisaillement simple des milieux granulaires : on tracte un patin avec un ressort à la surface libre d'un tel milieu, et on étudie sa dynamique. De précédentes études montrent un comportement analogue à celui du problème de friction solide. En effet, Géminard et al. montrent [1] que la force subie par le patin est indépendante de la vitesse de traction, et directement proportionnelle à sa masse. De plus, Losert et al. ont pu mettre en évidence [2] un phénomène de vieillissement dont le mécanisme a pu être décrit. On peut aussi observer une instabilité de stick-slip, semblable à celle observée en friction solide.

Néanmoins, dans le cadre des milieux granulaires, la dynamique du patin ne se résume pas seulement au stick-slip : on peut observer différents régimes en fonction des paramètres du système (raideur du ressort k , vitesse v , diamètre des grains $d...$). En faisant varier seule la vitesse de traction v , on peut recenser trois régimes différents (Figure 1). A faibles vitesses, on observe bien une instabilité de stick-slip (Figure 1a), tandis qu'à des vitesses plus élevées on peut observer ce qui est décrit dans la littérature comme un régime "inertiel" (Figure 1b), de pulsation $w = \sqrt{\frac{k}{M}}$ et où l'amplitude du mouvement est plus élevée. Enfin, pour des vitesses encore plus élevées, on observe un troisième régime dit de "glissement continu" dans lequel l'élongation du ressort varie beaucoup moins et de manière beaucoup plus erratique (Figure 1c). On peut remarquer que le passage du régime de stick-slip au régime de glissement continu se fait de manière brutale lorsque v varie : on a une transition au cours de laquelle l'amplitude du mouvement chute soudainement. De plus, pour certaines valeurs de k , le régime inertiel ne semble pas apparaître, ce qui laisse supposer une transition entre le régime inertiel

et les autres régimes lorsque k varie. Il semble alors judicieux de vouloir situer les zones d'existence de ces régimes dans un diagramme k - v , confrontant la raideur du système et la vitesse du forçage.

Bien qu'un tel diagramme soit cité dans la littérature, et que des modélisations numériques aient tenté de l'obtenir [3], il reste irréalisé de manière expérimentale. L'objectif de ce stage sera donc de l'établir le plus précisément possible, afin d'étudier les différentes transitions potentiellement observées.

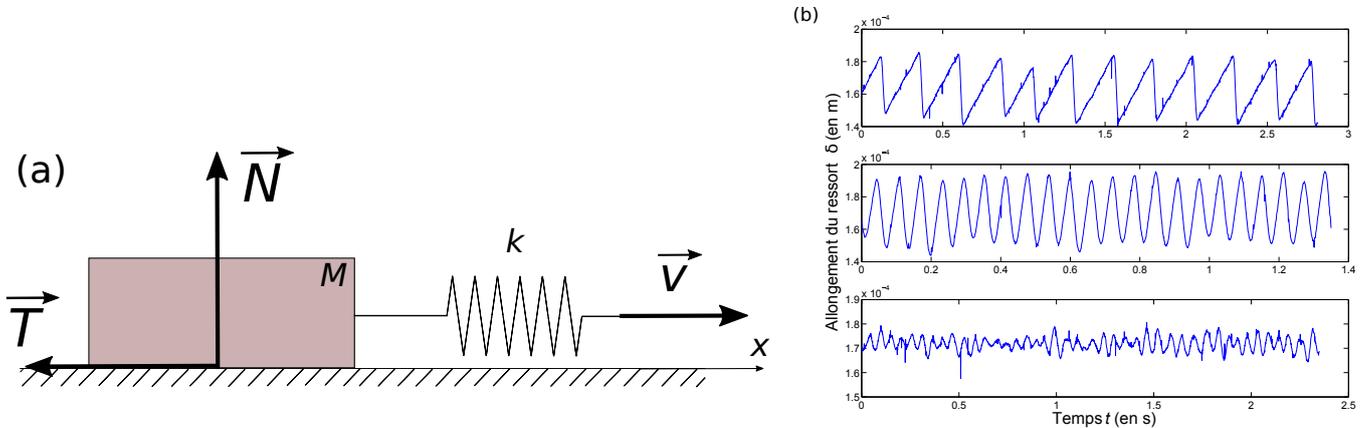


FIGURE 1 – (a) Schéma du système masse-ressort (b) Évolution temporelle de l'élongation du ressort pour $k = 1619 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, $M = 26.1 \text{ g}$ avec $d \in [125 \mu\text{m}, 160 \mu\text{m}]$ pour (1) $v = 1.92 \cdot 10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, (2) $v = 2.39 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et (3) $v = 3.02 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On a bien (1) du stick-slip à faible vitesse, (2) le régime inertiel à vitesse plus élevée et (3) le régime de glissement continu à vitesse encore plus élevée.

2 Présentation de l'expérience

2.1 Montage expérimental

Dans le cadre de l'expérience (Figure 2), un patin est tracté par une lame-ressort fixée à une de ses extrémités à un bâti translaté à vitesse constante v . On dispose de deux patins différents, l'un en plexiglas d'une masse à vide $M = 21.6 \text{ g}$ et de dimensions $6.0 \text{ cm} \times 9.1 \text{ cm}$, et l'autre en dural d'une masse de $M = 34.8 \text{ g}$ et de dimensions $4.0 \text{ cm} \times 7.0 \text{ cm}$. On utilise différentes lames-ressorts, dont la longueur et la largeur sont d'environ 5 cm et 1 cm , leur épaisseur variant entre $150 \mu\text{m}$ et $450 \mu\text{m}$. On a ainsi accès à une gamme de raideur s'étalant environ entre $100 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ et $1700 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

La translation est réalisée grâce à une platine montée sur une vis sans-fin réversible protégée par un soufflet. La vis est mise en rotation à son extrémité par un moteur à courant continu monté sur un réducteur de couple de rapport connu. On dispose de trois réducteurs différents, montés sur le même modèle de moteur, ce qui permet d'explorer une gamme de vitesse allant de la dizaine de microns au millimètre par seconde. Le moteur est alimenté en tension entre 2 V et 24 V par un générateur de courant continu (Agilent E3641A) résolu au centième de volt.

Les grains, quant-à-eux, reposent dans un bac en plexiglas de 50.1 cm de long, 14.8 cm de large et de 3.8 cm de profondeur. On utilise des grains de silice, vendus par lot de billes dont les diamètres sont compris entre deux valeurs indiquées par le fournisseur *Wheelabrator*. On a alors accès à des diamètres de grains allant de $50 \mu\text{m}$ à $850 \mu\text{m}$. Afin de traîner le patin selon une direction la plus horizontale possible, on cherche à avoir une hauteur de grains constante sur la longueur de cuve. On utilise alors une raclette de longueur réglable que l'on fait glisser le long de la cuve, ce qui impose la hauteur voulue. De plus, pour pouvoir étudier la seule friction granulaire et que les phénomènes observés ne dépendent pas du matériau du patin, on colle une couche de grains sous le patin à l'aide d'un adhésif double-face.

La marche totale possible de la platine étant plus faible que celle permise par le soufflet (du fait de son encombrement), il est possible de briser les pièces aux extrémités, ou d'abîmer la vis. On met donc en place un système de butées qui coupent l'alimentation du moteur si la platine va trop loin.

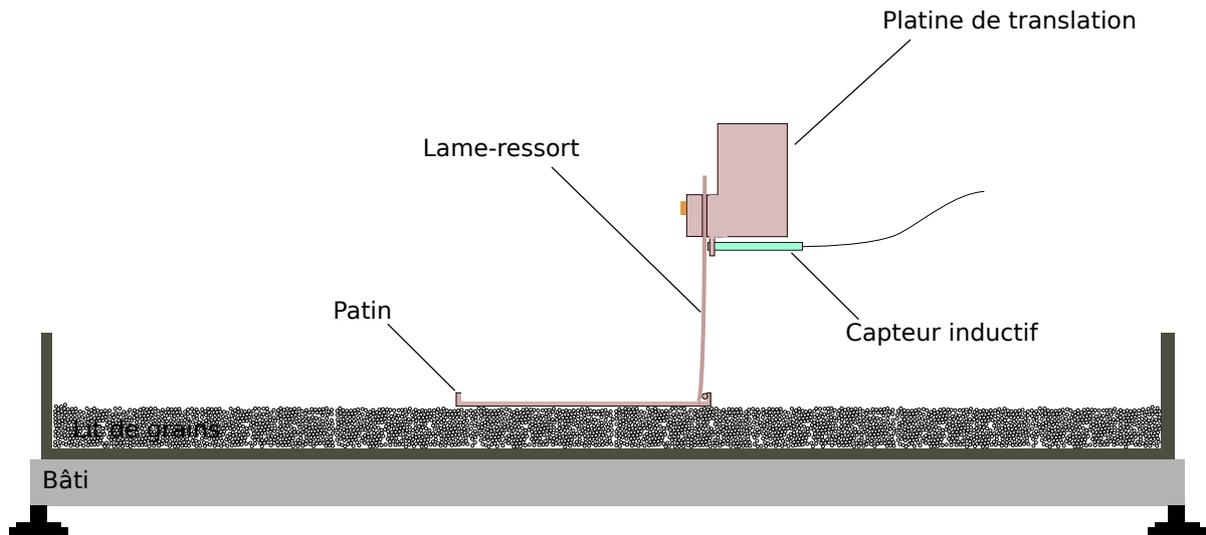


FIGURE 2 – Schéma du montage expérimental

2.2 Mesures et exploitation

Pour accéder à la dynamique du système on mesure l'allongement de la lame ressort à l'aide d'un capteur inductif (*Baumer IPRM 12I9505/S14*) monté sur la platine de translation et dirigé perpendiculairement à la surface de la lame. Ce capteur permet une précision inférieure au micron, et réagit à des vitesses de déplacement allant jusqu'au mètre par seconde, on peut donc l'utiliser à des fréquences d'acquisition comprises entre 1000 et 100000 Hz. Le signal en sortie du capteur est transmis à l'ordinateur par le biais d'une carte d'acquisition (*National Instruments CB-68LPR*) interfacée grâce au logiciel Labview. De plus, on relève la tension moteur en temps réel en la connectant à la carte d'acquisition, ce qui permet de modifier la vitesse de translation v à volonté en la mesurant tout au long de la manipulation. La gamme de tension de la carte étant de -10V à 10V, on a utilisé un pont diviseur de tension constitué de trois résistances de $10\text{k}\Omega$, afin de diviser la tension d'entrée sans trop dissiper d'énergie par effet Joule.

Le traitement des données se fait sous Matlab. Il faut tout d'abord convertir les tensions reçues en leurs grandeurs associées, c'est à dire en élongation δ et en vitesse v . La conversion de la tension en sortie du capteur se fait grâce à une calibration réalisée pour chaque montage lame-capteur et l'ensemble des mesures associées. Pour convertir la tension moteur en vitesse, on a besoin de réaliser une courbe d'étalonnage $v = f(U_{\text{moteur}})$. Pour ce faire, on mesure pour plusieurs tensions le temps que met la platine pour parcourir une certaine distance, et on regroupe les vitesses moyennes sur un même graphe (Figure 3). Une fois la conversion réalisée, on obtient les courbes de $\delta = f(t)$ et $v = f(t)$ (Figure 15b).

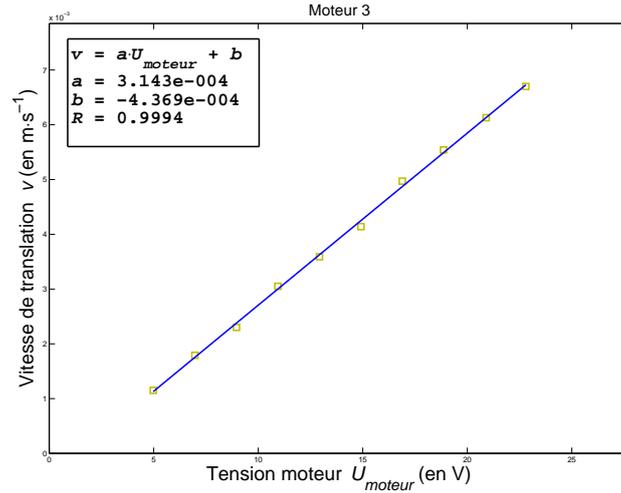


FIGURE 3 – Exemple de courbe de calibration pour le moteur le plus rapide. On assimile sa réponse comme une fonction affine de la tension $v = a \cdot U_{moteur} + b$. On obtient un coefficient de corrélation $R = 0.9994$

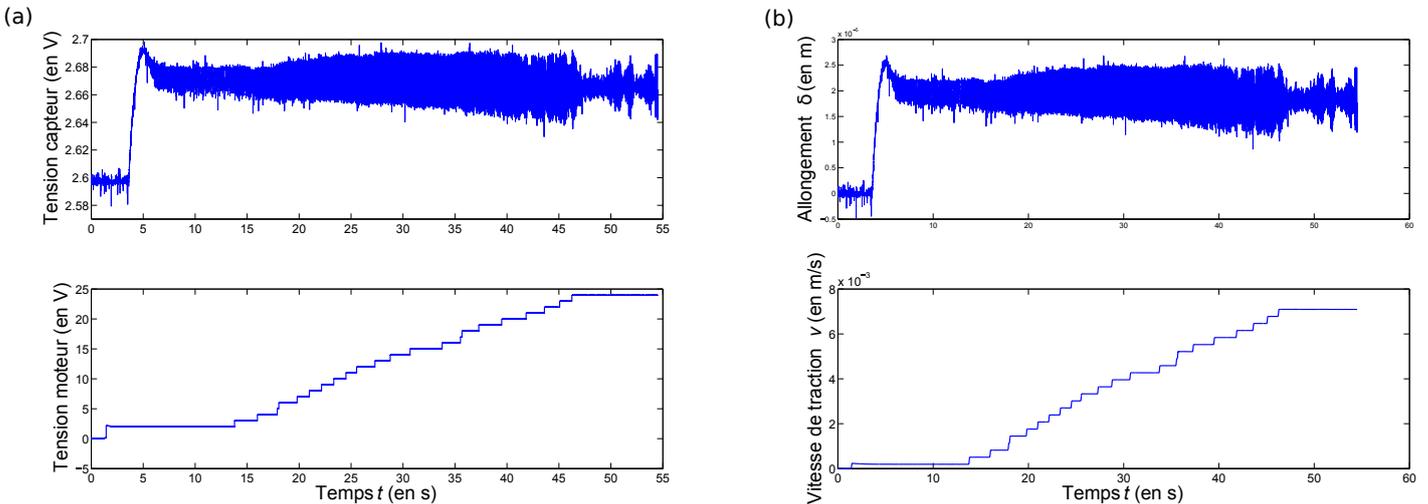


FIGURE 4 – Exemple de signaux (a) en tension (b) en élongation et vitesse après conversion obtenus pour $k = 1619 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $M = 26.1 \text{ g}$ et $d \in [125 \mu\text{m}, 160 \mu\text{m}]$. L'allongement du ressort est celui obtenu pour cette rampe de vitesse.

2.3 Paramètres importants

Les paramètres importants étant nombreux, il convient de distinguer ceux intrinsèques au système et ceux qui relèvent de son environnement.

Puisque l'on étudie la friction sur le patin, sa surface de contact avec les grains peut a priori jouer un rôle important. En effet, on peut supposer que plus les grains seront petits par rapport au patin, moins celui-ci ne sera sensible à leur mouvement individuel, ce qui peut influencer sa dynamique. Il convient alors de contrôler la taille des grains disposés dans la cuve. Pour se faire, on peut tamiser les grains pour obtenir la distribution de diamètre de grains voulue. On utilise une plaque vibrante *Retsch* sur laquelle sont empilés des tamis métalliques *Protabo* de largeur de maille allant de $32 \mu\text{m}$ à $800 \mu\text{m}$. En déposant des grains issus d'un certain lot en haut de la pile de tamis, on décompose le lot en différents lots dont les intervalles de diamètre sont plus fins. La grande majorité des mesures seront faites avec un lot de grain tel que $d \in [100 \mu\text{m}, 125 \mu\text{m}]$.

De plus, le mouvement du patin à la surface des grains est influencé par sa masse, qui a une influence directe sur la dynamique du système. On peut augmenter celle-ci en plaçant des poids dans le patin. Néanmoins, si ce dernier est trop lourd et que les grains peuvent fluer autour de lui (par exemple en glissement continu) il aura tendance à s'enfoncer, ce que l'on souhaite éviter (le contact lame-ressort pourrait être rompu).

Enfin, puisque l'on cherche à étudier l'influence de k , il est nécessaire de pouvoir en mesurer la valeur le plus précisément possible. Pour parcourir la gamme de raideur, on fait varier la longueur libre des différentes lames. Néanmoins, cette longueur est difficile à mesurer, notamment à cause de phénomènes de déformation au niveau de son encastrement. On caractérise donc un montage de lame par sa fréquence de vibration à vide ν_{lame} , et on cherche la raideur associée pour cette même lame. Pour ce faire, on a recourt à une calibration en force du montage lame-capteur : on suspend un plateau à l'extrémité de la lame placée horizontalement et on place des poids dessus (Figure 5). On place les poids un par un en mesurant la tension U délivrée par le capteur, ce qui donne une courbe étalon force-tension ($F - U$) pour cette valeur de ν_{lame} . Dans le cadre d'une réponse linéaire du capteur (ce qui est le cas dans la gamme d'élongations étudiées), on a $U = \alpha F$ et on mesure α qui caractérise ce montage (Figure 6a). On cherche ensuite à combiner cette dernière à une courbe étalon allongement-tension ($\delta - U$) pour obtenir k . Néanmoins, puisque la fréquence de vibration à vide dépend du montage de la lame, et qu'il serait trop long de réaliser cette calibration pour chaque montage, on la réalise pour un ensemble de fréquences différentes, ce qui permet d'obtenir une courbe $\alpha = f(\nu_{lame})$ pour cette lame. Puis après chaque ensemble de mesures, on mesure ν_{lame} , on en déduit α et on réalise une calibration en déplacement : on bloque le patin et on met en route le moteur à une vitesse v . On a alors $\delta = vt$ d'où $U = \alpha kvt$ et en traçant $U = f(t)$ (Figure 6b), on en déduit k .

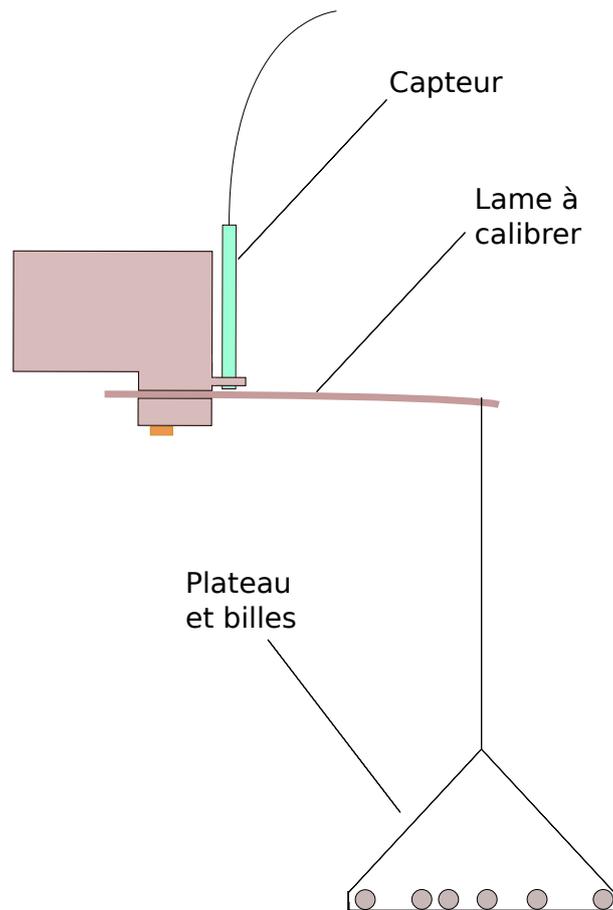


FIGURE 5 – Montage réalisé pour réaliser la calibration en force. On utilise une dizaine de billes métalliques identiques de masse $m = 0.87$ g

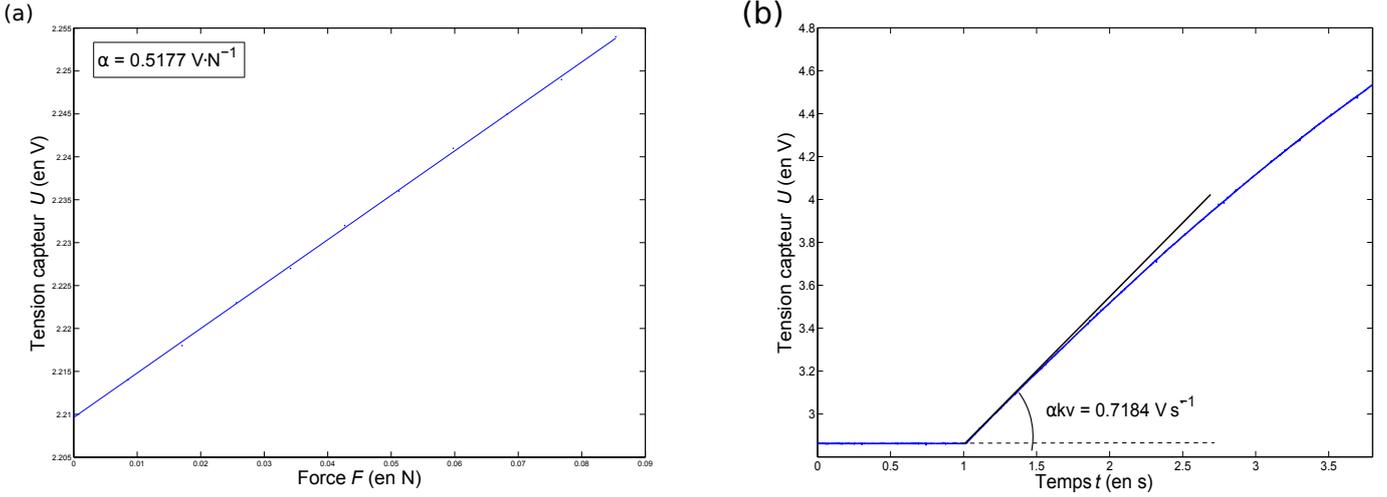


FIGURE 6 – (a) Courbe tension-force obtenue pour la lame d'épaisseur $e = 450 \mu\text{m}$ à une fréquence à vide $\nu_{\text{lame}} = 340 \text{ Hz}$ (b) Courbe étalon obtenue en bloquant le patin pour la lame d'épaisseur $e = 400 \mu\text{m}$ à une fréquence à vide $\nu_{\text{lame}} = 377 \text{ Hz}$ et à une vitesse de traction $v = 8.2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2.4 Incertitudes

On peut identifier plusieurs sources d'erreur potentielles. Tout d'abord, les signaux obtenus par le biais de la carte d'acquisition sont bruités, ce qui impose une limite sur les mesures, notamment d'amplitude. En effet, l'amplitude du stick-slip dépendant a priori de la raideur du ressort (4), on peut vouloir mesurer des amplitudes de l'ordre de celle du bruit, ce qui impose alors un traitement de données supplémentaire (lissage, filtrage...) afin d'avoir accès aux grandeurs souhaitées.

De plus, le diagramme $k - v$ sera nécessairement entaché d'incertitudes sur les valeurs de k et v . L'incertitude sur v vient d'une part de l'étalonnage des moteurs, qui suppose une réponse linéaire en tension de leur part, et d'autre part du fait que la vitesse réelle du moteur n'est pas constante, l'alimentation n'étant pas parfaitement stabilisée. On estime ainsi une incertitude relative de l'ordre du pourcent. L'incertitude sur k est elle due directement au mouvement du patin : si ce dernier se déplace verticalement, le point d'appui sur la lame sera déplacé et sa raideur modifiée. On estime cette incertitude sur la longueur de lame apparente à environ 1mm, et puisque la raideur est inversement proportionnelle à la longueur au cube, l'incertitude relative sur sa valeur vaut trois fois celle sur la longueur. De plus, la longueur de la lame encastrée est toujours inférieure à sa longueur à vide (de l'ordre de 5cm). On a donc une minoration de l'incertitude sur k par $3 \times \frac{0.1}{5} = 15\%$, ce qui réduit la précision des mesures à grande raideur.

3 Résultats

3.1 Étude des régimes

On cherche à explorer le plan $k - v$ et à déterminer les domaines correspondant aux différents régimes. Le montage rend le changement de v plus facile que le changement de k , on se place donc à raideur constante et on parcourt le diagramme en modifiant la vitesse de traction. Dans la limite des gammes de k et v possibles, les régimes limites observés sont ceux du stick-slip à faible vitesse et de glissement continu à grande vitesse. On peut observer (Figure 7) les phases d'arrêt durant lesquelles l'allongement du ressort est linéaire en temps t et se fait à la vitesse v , et les phases de glissement où δ parcourt une portion de sinussoïde. Néanmoins, on a des variations d'amplitude entre chaque période, ce qui peut traduire le changement du contact entre le patin et le lit de grains (ceux-ci se déplacent et n'offre pas la même surface de contact au patin au fil des différents arrêts). Ainsi, le

système est assez sensible aux vibrations extérieures, qui peuvent déclencher un glissement plus précoce que les précédents. Au fur et à mesure que la vitesse augmente, le chargement de l'énergie potentielle élastique dans le système masse-ressort se fait de plus en plus vite, ce qui diminue le temps d'arrêt. De plus, la phase de glissement se caractérise par une oscillation de la vitesse du patin autour de v . Cette valeur étant atteinte ponctuellement durant le glissement, on a d'abord une phase d'accélération durant laquelle l'allongement du ressort continue d'augmenter, et atteint un maximum d'amplitude A . La longueur de cette phase d'accélération étant d'autant plus grande que v , la valeur de A devrait augmenter avec la vitesse.

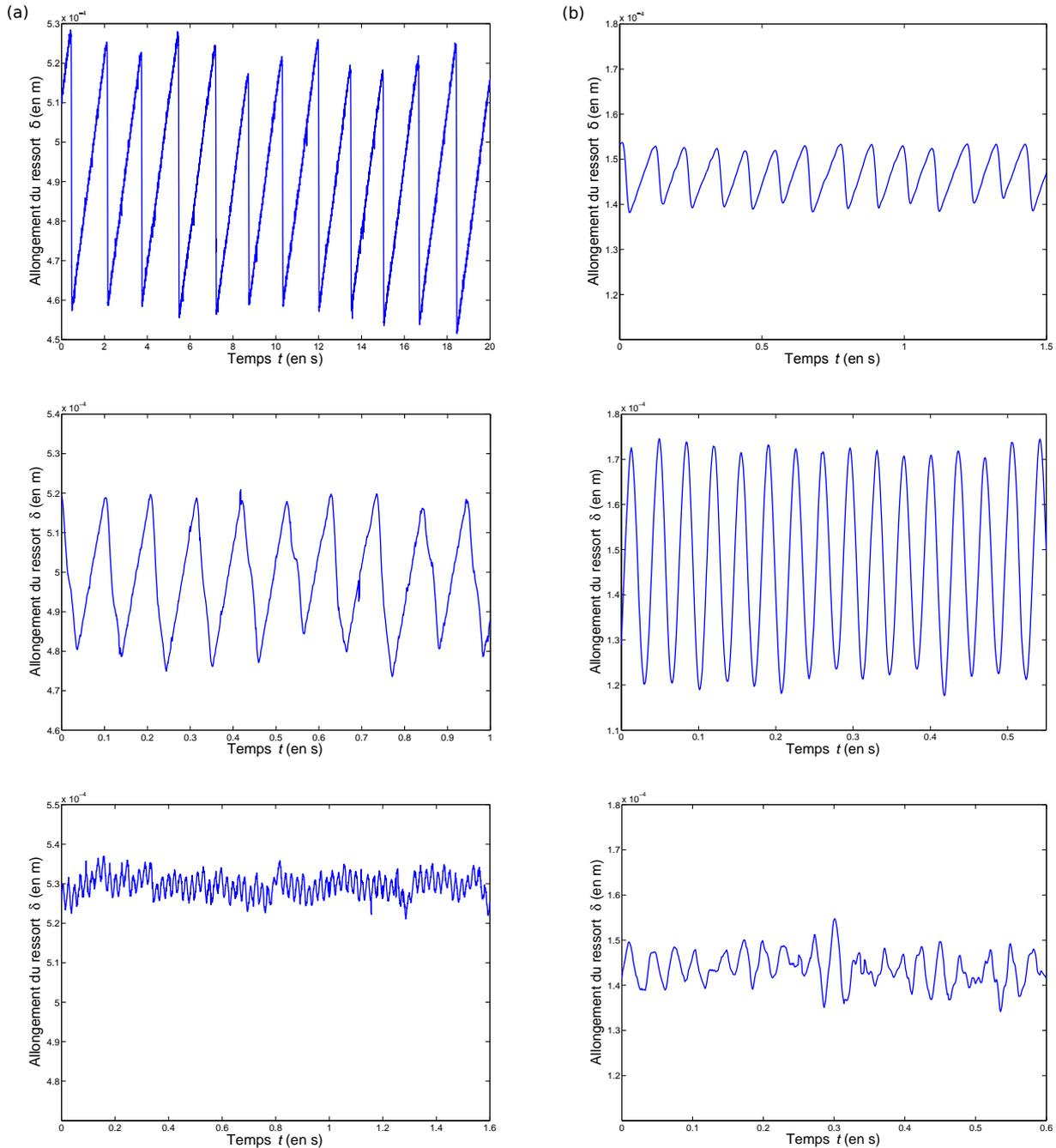


FIGURE 7 – Evolution des signaux lorsque v change dans deux cas différents. Pour (a), $k = 361 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ et on observe une transition vers le régime continu alors que les oscillations sont disymétriques. Pour (b), $k = 1668 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ et la transition se fait après une forte augmentation en amplitude et lorsque les oscillations semblent symétriques.

La transition à haute vitesse se caractérise par une chute d’amplitude des oscillations peut se présenter majoritairement sous deux formes différentes. Dans certains cas on peut observer une forte augmentation de l’amplitude avant la transition (augmentation de presque 200% sur la Figure 7b), tandis que dans certains cas on observe une diminution progressive puis une chute. Lorsque l’on a une augmentation d’amplitude, le régime proche de la transition ressemble au régime inertiel décrit dans la littérature, tandis que dans l’autre cas, la transition se fait dans un régime ressemblant beaucoup plus au stick-slip (Figure 7a : les oscillations semblent plus asymétriques). Le comportement après la transition diffère aussi, bien que dans les deux cas on puisse observer des oscillations beaucoup plus erratiques. Dans le premier cas (Figure 7a), les oscillations sont d’amplitude bien plus faible que celle du stick-slip à faible vitesse, tandis que dans l’autre cas elles sont du même ordre.

3.2 Construction du diagramme

Dans l’optique de construire le diagramme $k-v$, on cherche à déterminer des critères qui permettront d’identifier les différents régimes. Ces critères reposent sur les caractéristiques de ces régimes, et plus particulièrement de l’évolution des caractéristiques du stick-slip lorsque la vitesse est modifiée à raideur constante.

3.2.1 Etude en amplitude

La transition vers le régime continu est la plus évidente, puisque l’amplitude du stick-slip chute brutalement. On va donc chercher à tracer l’évolution de l’amplitude moyenne du signal lorsque v est modifiée pour différentes raideurs. Ainsi on obtiendra une vitesse de transition v_t pour chaque raideur, ce qui pourra être placé sur le diagramme. Pour échapper à la conversion des tensions en déplacement, on considère l’amplitude relative en tension définie par $\eta_U = \frac{\langle A_U \rangle}{\langle U \rangle}$ où $\langle A_U \rangle$ est l’amplitude moyenne des oscillations en tension et $\langle U \rangle$ la tension moyenne en régime oscillant (stick-slip ou inertiel). Par linéarité du capteur, on a $\eta_U = \frac{A}{\langle \delta \rangle}$. On trace alors $\eta_U = f(v)$ pour les différentes raideurs (Figure 8).

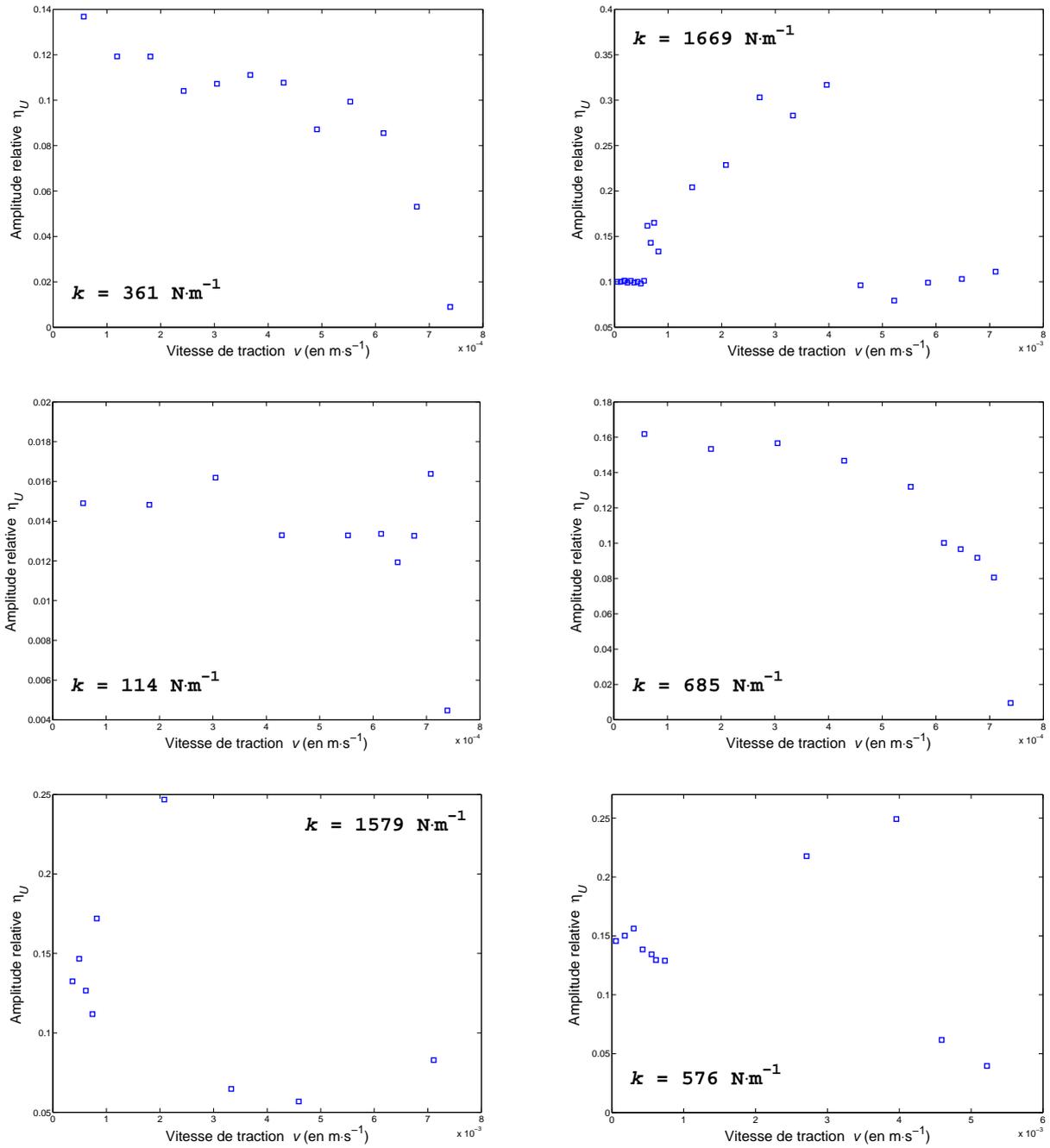


FIGURE 8 – Evolution de l’amplitude relative η_U avec la vitesse v pour différentes valeurs de k . Pour $k = 361 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, ou encore $k = 685 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ on n’observe pas d’augmentation d’amplitude, contrairement à lorsque $k = 1669 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ par exemple, où elle va jusqu’à tripler.

L'obtention des vitesses de transition se fait en repérant la diminution de η_U la plus importante entre deux vitesses consécutives. La vitesse de transition v_t est alors prise comme la moyenne des deux vitesses, et on a directement une incertitude $u(v_t)$ sur la valeur obtenue en considérant leur différence. Les valeurs de v_t s'échelonnent de plusieurs centaines de micromètres par seconde à quelques millimètres par seconde. On obtient des incertitudes relatives de l'ordre de 5%, avec deux valeurs plus élevées, à 18.3% et 23.3%. La première s'explique par un étalement de la transition, la chute d'amplitude étant moins brutale, tandis que la deuxième s'explique simplement par un manque de mesures près de la transition.

Hormis pour la valeur obtenue lorsque $k = 576 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, v_t varie peu entre $k = 114 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ et $k = 685 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Pour les deux valeurs de k les plus élevées, v_t est plus élevée et semble croissante avec k .

k (en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	v_t (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	$u(v_t)$ (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	incertitude relative (%)
114	$7.23\cdot 10^{-4}$	$0.31\cdot 10^{-4}$	4.2
361	$6.77\cdot 10^{-4}$	$1.24\cdot 10^{-4}$	18.3
576	$4.28\cdot 10^{-3}$	$0.32\cdot 10^{-3}$	7.5
685	$7.23\cdot 10^{-4}$	$0.31\cdot 10^{-4}$	4.2
1579	$2.71\cdot 10^{-3}$	$0.63\cdot 10^{-4}$	23.3
1669	$4.28\cdot 10^{-3}$	$0.32\cdot 10^{-3}$	7.5

FIGURE 9 – Table des valeurs de vitesse de transition et leur incertitude en fonction de k . Les valeurs de v_t s'échelonne de la centaine de microns par seconde au millimètre par seconde.

3.2.2 Etude de la période

Le régime inertiel se caractérise par une fréquence fixée par le système masse-ressort. Pour le repérer, on étudie donc la périodicité de l'allongement du ressort. Une période est séparable en deux parties : la partie linéaire durant laquelle le ressort s'étire et qui correspond à une phase d'arrêt de la masse, et la partie sinusoïdale de glissement. Le modèle coulombien donne un temps de glissement d'une demi-période d'oscillation du système masse-ressort, tandis que le temps d'arrêt doit être inversement proportionnel à la vitesse v . Le passage au régime inertiel se caractériserait donc par une chute du temps d'arrêt à zéro, le signal devenant périodique de fréquence $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$.

Étant donnée la tendance naturelle du stick-slip à tendre asymptotiquement à hautes vitesses vers un régime d'oscillations sinusoïdales de fréquence ω , il apparaît délicat de repérer le régime inertiel à proprement parler. On utilise donc un critère arbitraire sur la fréquence du signal pour repérer l'apparition du régime inertiel. On parlera donc de régime inertiel dès que le rapport de la période inertielle et de la période des oscillations observées $\eta_\tau = \frac{\tau_i}{\tau}$ est suffisamment proche de 1. On utilise un rapport limite arbitraire de 80% : on parle de régime inertiel lorsque $\eta_\tau \geq 80\%$. De même que pour l'étude en amplitude précédente, on se place à k constante et on modifie v , ce qui permet de tracer le profil de τ en fonction de v pour différentes valeurs de k (Figure 10). Les vitesses de transition v_t sont déterminées en considérant la première vitesse pour laquelle $\eta_\tau \geq 80\%$ et l'incertitude sur v_t sont données comme pour l'étude en amplitude (Figure 11). Néanmoins, puisque l'on a une incertitude sur τ_i , le critère est entaché d'une incertitude et par rigueur on doit diminuer le seuil de la valeur de l'incertitude relative sur τ_i , qui vaut la moitié de celle sur k .

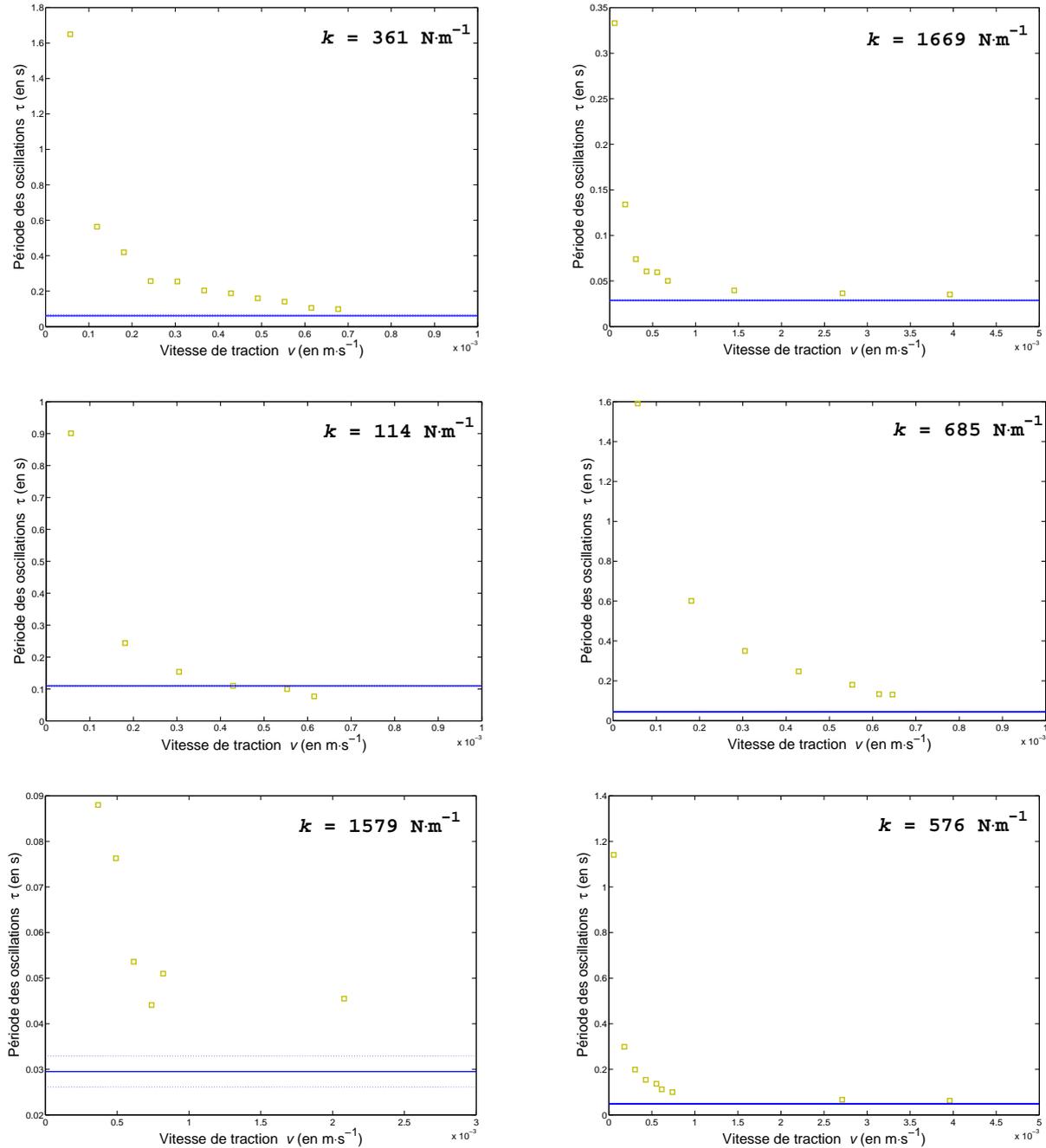


FIGURE 10 – Evolution de la période des oscillations en régime de stick-slip pour différentes valeurs de k . Les valeurs de τ_i sont indiquées par les traits horizontaux pleins et leurs plages d'incertitude par les traits pointillés.

Les valeurs de τ sont obtenues en mesurant la période moyenne sur dix périodes, en repérant les maxima d'élongation. Contrairement à dans l'étude en amplitude, il est impossible de déterminer la période moyenne en régime continu, le nombre de points est donc moindre bien qu'on exploite les mêmes données. La période du signal est bien décroissante, comme le prévoit la diminution du temps d'arrêt. On remarque que pour $k = 114 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, la période du signal atteint des valeurs inférieures à ω . Cela peut s'expliquer par l'existence d'un monticule de sable devant le patin, qui augmente sa masse est donc diminuée la fréquence d'oscillation du système masse-ressort. Les acquisitions de période plus faible ont pu être réalisées sans monticule là où les autres l'étaient faites avec.

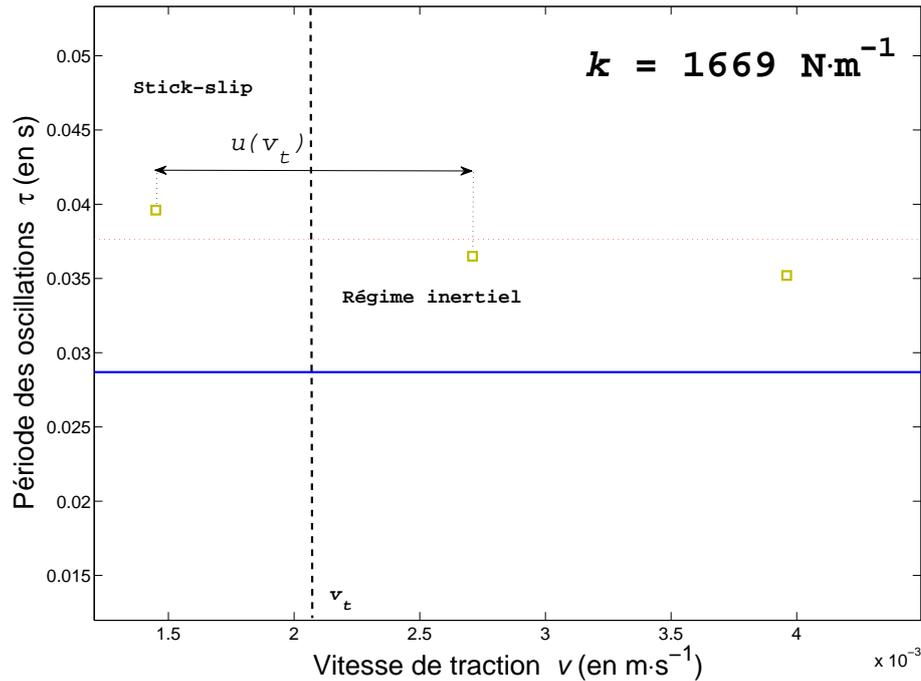


FIGURE 11 – Méthode de détermination de la vitesse de transition v_t à l'aide du seuil (en pointillés rouges) corrigé par l'incertitude sur τ_i . L'incertitude sur v_t est obtenue en prenant l'intervalle entre les vitesses encadrant la transition.

L'exploitation des signaux permet ainsi d'obtenir les vitesses de transition pour les différentes valeurs de k utilisées. On remarque que dans la moitié des cas la transition vers le régime continu se fait sans présence de régime inertiel. Ces cas correspondent aux cas pour lesquels on n'avait pas observé d'augmentation d'amplitude avant la transition vers le glissement continu, sauf pour $k = 1579 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$: le critère temporel ne donne pas de régime inertiel même si on observe une forte augmentation d'amplitude, ce qui peut s'expliquer par le manque de données près de la transition. Le critère est donc cohérent avec les observations expérimentales, et on peut en résumer les résultats sous forme d'un tableau (Figure 12).

k (en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	v_t (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	$u(v_t)$ (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	incertitude relative (%)
114	$3.67\cdot 10^{-4}$	$0.6\cdot 10^{-4}$	16.35
361	Pas de régime inertiel		
576	$3.35\cdot 10^{-3}$	$0.65\cdot 10^{-3}$	19.40
685 1579	Pas de régime inertiel		
1669	$2.10\cdot 10^{-3}$	$0.6\cdot 10^{-3}$	28.6

FIGURE 12 – Table des valeurs de vitesse de transition et leur incertitude en fonction de k . Les incertitudes sont assez élevées, ce qui vient de la méthode utilisée : la précision est la différence de vitesse entre deux acquisitions successives.

3.2.3 Diagramme $k - v$

Grâce à l'étude des signaux, on a obtenu les points de transition entre le régime de stick-slip, le régime inertiel et le régime de glissement continu. On peut alors les placer sur un diagramme $k - v$ propre au diamètre des grains utilisés.

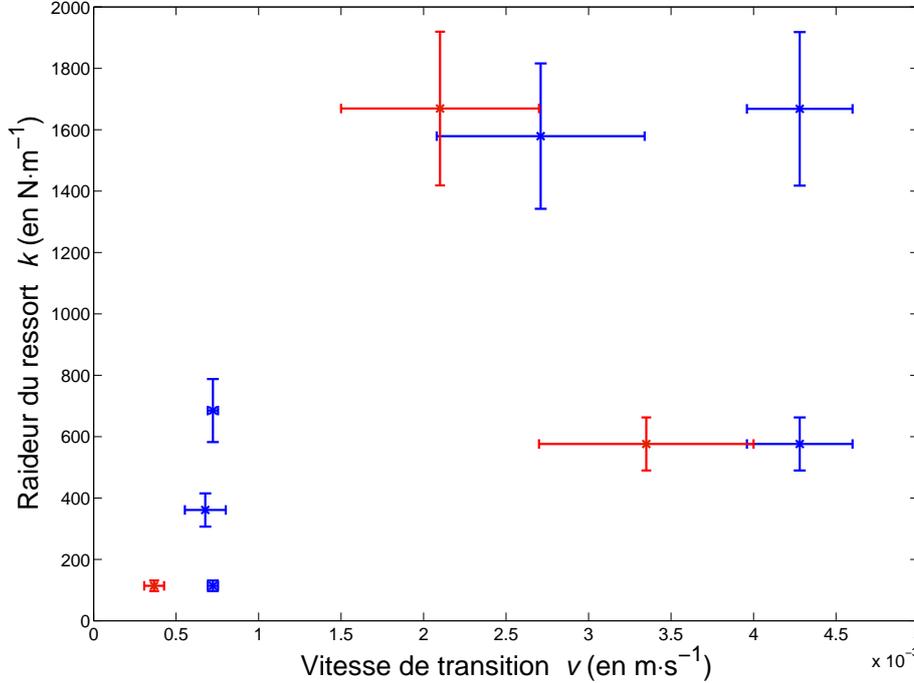


FIGURE 13 – Diagramme $k - v$ obtenu pour un lot de grains où $d \in [100 \mu\text{m}, 125 \mu\text{m}]$. Les points bleus représentent les transitions vers le régime continu, et les points rouge celle vers le régime inertiel.

On peut découper le diagramme obtenu en deux ensembles de points. Tout d'abord, on remarque que pour trois des quatre points à raideur inférieure à $1000 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, la vitesse de transition vers le glissement continu est sensiblement la même, à savoir $7 \cdot 10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pour les trois autres points, la transition se fait à des vitesses d'un ordre de grandeur supérieures, comprises entre 2.5 et $4.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le comportement du point de raideur $k = 576 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ est particulier, puisque sa vitesse de transition est de l'ordre du millimètre par seconde, ce qui semble plus le rapprocher du comportement à grande raideur. On a donc une robustesse du régime de stick-slip extraordinaire pour cette gamme de raideur. Etant donnée l'absence de résultat de ce genre dans la littérature, on a cherché à expliquer ce comportement. L'acquisition du signal pour $k = 1579 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ a été faite plus tard que les autres acquisitions à basse raideur. Le facteur le plus important semble alors être le vieillissement du lit de grains, qui peut être dû à l'usure ou à la modification des paramètres environnementaux. On a en effet manipulé dans des conditions de température et d'humidité relativement constantes ($T = 24\text{-}28 \text{ }^\circ\text{C}$ et $\phi = 38\text{-}43 \text{ \%}$), mais les grains n'étaient pas forcément à l'équilibre avec l'atmosphère au début de la manipulation. Les temps caractéristiques d'évolution de l'humidité des grains étant beaucoup plus élevés que ceux de l'évolution de l'humidité ambiante, les grains ont pu lentement s'humidifier au fil de l'expérience. Pour prendre en compte cette évolution, on peut modifier le diagramme en incluant une grandeur rendant compte de la force de cohésion des grains (influencée par l'humidité). On considère alors la différence des coefficients de friction $\delta\mu = \mu_s - \mu_d$, qui rend compte de la différence de cohésion des grains à l'arrêt et lors des phases de glissement. L'effet de $\delta\mu$ sur le signal est inverse à celui de k : plus $\delta\mu$ est élevé plus l'amplitude du signal est importante et moins les phases d'arrêt sont longues et donc plus la période du signal est basse. Pour mesurer $\delta\mu$, on mesure l'amplitude du stick-slip à faible

vitesse : dans la limite $v \rightarrow 0$, $A \approx \frac{\delta\mu g}{\omega}$. On modifie alors le précédent diagramme en remplaçant k par $\frac{k}{\mu}$.

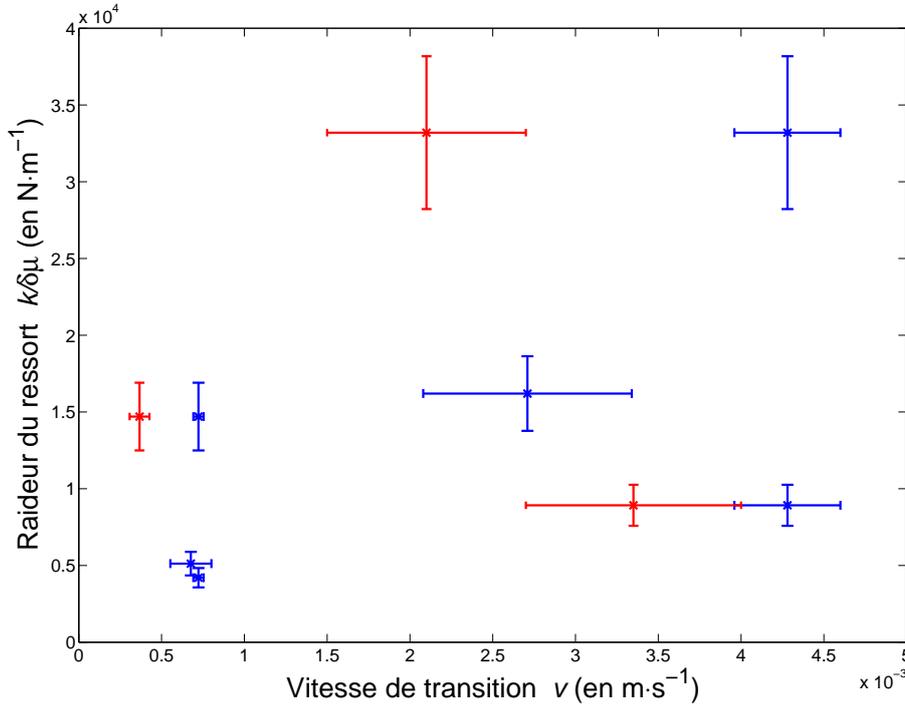


FIGURE 14 – Diagramme $\frac{k}{\delta\mu} - v$ pour un lot de grains où $d \in [100 \mu\text{m}, 125 \mu\text{m}]$. Les conventions de couleur sont les mêmes que précédemment.

On remarque que certains points sont déplacés, notamment le point de raideur $k = 114 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, déplacé vers le haut, et celui à $k = 1578 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, déplacé vers le bas. Le point de raideur $k = 576 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ est toujours décalé par rapport aux autres de $\frac{k}{\delta\mu}$ faible. Mis à part ce point, la tendance semble être la suivante : on a, à faible raideur modifiée une transition à vitesse faible (environ 700 microns par seconde) et peu variable, tandis qu'à haute raideur elle est plus élevée.

4 Discussion

Le diagramme semble montrer deux comportements distincts, l'un à forte raideur et l'autre à raideur plus faible. D'une part, la transition vers le régime de glissement continu semble se faire à des vitesses plus basses et semblables à basse raideur, et à vitesse plus élevée. Cette tendance existe même lorsque l'on pondère le diagramme par la différence des coefficients de friction. D'autre part, le régime inertiel semble apparaître pour des raideurs plus élevées. Néanmoins, il convient de relativiser ces résultats : d'abord puisque le critère de repérage du régime inertiel est arbitraire, ainsi on n'est pas certain de vraiment repérer le régime inertiel ou la diminution naturelle de la période des oscillations lorsque v augmente. De plus, bien que l'on ait tenté de prendre en compte les variations de $\delta\mu$, on a manqué idéalement de contrôle sur les paramètres environnementaux que sont la température et l'humidité. Un montage de régulation a été installé en fin de stage, mais n'a pas pu être exploité durant sa durée. Parallèlement, l'étude des signaux montre une augmentation progressive de l'amplitude dans certains cas (Figure 8) et pas dans d'autres. Le seul cas observé d'une augmentation brutale de l'amplitude est celui pour $k = 114 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, il est donc difficile de dire dans quel cas on a affaire au régime inertiel et si ce dernier existe vraiment. Néanmoins, on observe aussi une légère diminution de l'amplitude lorsque v augmente dans certains cas, ce qui traduit une diminution de $\delta\mu$.

La nature de la transition vers le régime continu reste à décrire, et en étudiant l'influence de l'humidité on peut formuler une hypothèse quant à la raison de la chute d'amplitude : en considérant deux lots de grains issus du même lot d'origine et placés à des humidités différentes, on observe une forte influence de l'hygrométrie sur les signaux obtenus. Ainsi, pour des grains secs ($\phi = 10\%$), l'amplitude est réduite et la transition se fait à des vitesses plus faibles que pour des grains humides ($\phi = 53\%$). Si on considère que la transition est dirigée par l'humidité à travers les ponts aqueux se formant entre les grains, on peut proposer une explication à la chute de $\delta\mu$ par des arguments de dynamique des grains. En effet, si les ponts mettent un certain temps à s'établir, et que le patin reste à l'arrêt assez longtemps ils auront le temps de se former. Néanmoins, dès que le temps d'arrêt devient de l'ordre de ce temps, de moins en moins de ponts aqueux ont le temps de se former et le coefficient statique diminue, d'où une diminution d'amplitude.

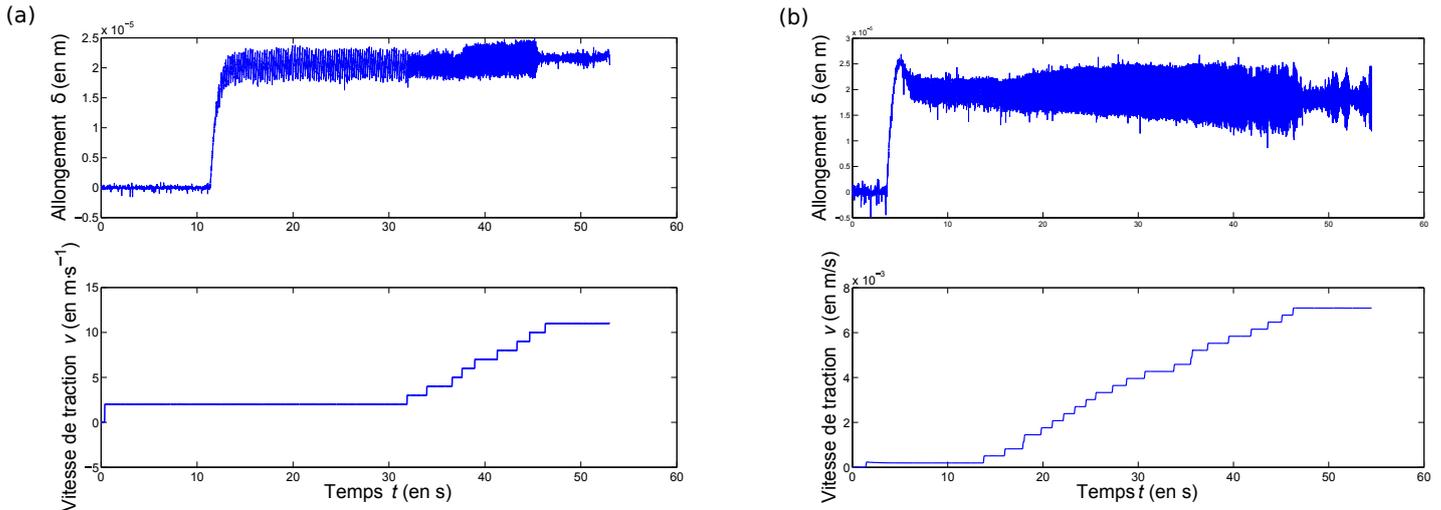


FIGURE 15 – Signaux obtenus pour $k = 1619 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, $M = 26.1\text{g}$ et $d \in [125\mu\text{m}, 160\mu\text{m}]$. Dans le cas humide (a) où $\phi = 10\%$ et le cas sec (b) où $\phi = 53\%$. L'amplitude est moindre dans le premier cas et la transition se fait à vitesse plus faible.

5 Conclusions et perspectives

Le montage utilisé au cours de ce stage a permis d'étudier la friction granulaire en cisaillement simple à travers un système masse-ressort dont les caractéristiques sont connues et contrôlables. Grâce aux mesures de grandeurs physiques (allongement du ressort, vitesse de traction), on a pu caractériser la dynamique du système et mettre en évidence l'influence de différents paramètres. Ces informations ont finalement été regroupées sur un diagramme $k-v$ modifié pour prendre en compte au mieux les variations des coefficients de friction, ce qui a permis de repérer les différents régimes. Néanmoins, si les trois régimes (ou du moins des comportements caractéristiques) ont pu être observés, on a manqué de temps pour affiner les données et réaliser plus de relevés pour rendre le diagramme plus précis. De plus, on a pu observer l'influence de l'humidité sur les signaux et formuler une hypothèse sur la nature de la transition vers le régime de glissement continu. Le dispositif de régulation de température et d'humidité installé permettra sûrement de s'émanciper beaucoup plus des paramètres environnementaux.

Il serait intéressant de réaliser des acquisitions plus nombreuses pour pouvoir déterminer l'existence ou non du régime inertiel avec une plus grande précision. Enfin, il est possible de faire varier l'un des nombreux paramètres, comme le diamètre des grains, la masse du patin ou encore l'humidité pour visualiser l'évolution du diagramme $k-v$.

Références

- [1] Jean-Christophe Géminard, Wolfgang Losert, and Jerry P Gollub. Frictional mechanics of wet granular material. *Physical Review E*, 59(5) :5881, 1999.
- [2] W Losert, J-C Géminard, S Nasuno, and Jerry P Gollub. Mechanisms for slow strengthening in granular materials. *Physical Review E*, 61(4) :4060, 2000.
- [3] Frederic Lacombe, Stefano Zapperi, and Hans J Herrmann. Dilatancy and friction in sheared granular media. *The European Physical Journal E*, 2(2) :181–189, 2000.