

# DM (sujet A)

Pour ceux ayant eu 2 ou moins

On se propose d'étudier la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ , définie par la donnée de  $u_0 = 0$  et par la relation, valable pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{-u_n^2 - 1}{2}$ .

1.
  - a. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $-1 \leq u_n \leq 0$ .
  - b. Étudier la monotonie de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
  - c. Dédire des questions précédentes que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  converge et donner sa limite.
  
2. Écrire un programme Scilab qui demande à l'utilisateur d'entrer une valeur de  $n$  et renvoie la valeur de  $u_n$
  
3. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $v_n = 1 + u_n$ .
  - a. Pour tout entier naturel  $k$ , exprimer  $v_k - v_{k+1}$  en fonction de  $v_k$ .
  - b. Simplifier, pour tout entier naturel  $n$  non nul, la somme  $\sum_{k=0}^{n-1} (v_k - v_{k+1})$ .
  - c. Donner pour finir la nature de la suite  $\left( \sum_{k=0}^n v_k^2 \right)_{n \in \mathbb{N}}$  et la limite de cette suite (si elle converge).