

DM (sujet C)

Pour ceux ayant eu plus de 11

On considère que la fonction définie sur l'ensemble des réels positifs par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(xe^x + e^x)}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$$

1. Donner la limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. (On attend ici une preuve)
2. Calculer la dérivée de f sur $]0, +\infty[$ et déterminer la fonction φ telle que :

$$\forall x > 0, \quad f'(x) = \frac{\varphi(x)}{x^2}$$

3. Donner la limite de φ en 0 par valeurs supérieures.
4. Étudier les variations de φ . En déduire le tableau de variation f qui sera complété par la limite de f en $+\infty$.