

DM de mars à rendre le 10 mars

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront dans une part importante dans l'appréciation des copies. Une réponse mettant en avant un bon raisonnement mais n'aboutissant pas à la bonne réponse seront valorisées.

Les candidats sont invités à **encadrer** dans la mesure du possible les résultats de leurs calculs.

EXERCICE 1. Définissons la fonction f par la formule $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$.

1. Donner le domaine de définition des fonctions \ln et $x \mapsto \ln(1+x)$. En déduire le domaine de définition \mathcal{D}_f de f .
2. Calculer la dérivée de f , donner le tableau de signe de f' et donc le tableau de variations de f .
3. Montrer que f est continue sur un intervalle à préciser.
4. Donner la limite de f en 1.
5. f admet-elle un prolongement par continuité en -1 ?
6. Donner la limite de f en $+\infty$.
7. En utilisant le fait que $\frac{1}{e} \approx 0.36$, montrer que l'équation $f(x) = 1/3$ admet exactement deux solutions sur \mathcal{D}_f .

EXERCICE 2. Calculer la somme de la série $\sum_{n \geq 0} \frac{n(n+1)}{4^n}$