Correction du Complément du TD 5

EXERCICE 2. 1. La probabilité de toucher chaque est équiprobable, on peut donc directement calculer les probabilités de chaque événement :

$$\mathbb{P}(T) = \frac{\text{Nombre de cases noires}}{\text{Nombre de cases total}} = \frac{17}{100} \text{ et } \mathbb{P}(T) = \frac{\text{Nombre de cases blanches}}{\text{Nombre de cases total}} = \frac{83}{100}$$

On peut également remarquer que $\bar{T} = E$ et donc $\mathbb{P}(E) = \mathbb{P}(\bar{T}) = 1 - \mathbb{P}(T) = 1 - \frac{17}{100} = \frac{83}{100}$.

2. Le porte avion est constitué de 5 cases, on trouve comme précédemment.

$$\mathbb{P}(V) = \frac{\text{Nombre de cases hors porte avion}}{\text{Nombre de cases total}} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20}$$

3. Le joueur J_1 a coulé le porte avion du joueur J_2, il reste donc au joueur J_2 12 cases de bateau. 20 tours sont passés, il reste donc 80 cases non choisies par le joueur J_1. De même que précédemment, on trouve :

$$\mathbb{P}(G) = \frac{12}{80} = \frac{3}{20}$$

EXERCICE 3. 1. Réécrivons les événements suivants avec les événements K, C, P, T, et A_i pour $1 \leqslant i \leqslant 13$, avant de les réécrire avec des notations ensemblistes.

A : "On pioche un 4 de carreau"
"On pioche une carte de numéro 4 et on pioche une carte de carreau"
Donc $A = A_4 \cap K$.

B : "On pioche un 10 de cœur ou un 7 de pique)"
"On pioche une carte de numéro 10 et on pioche une carte de cœur, ou on pioche une carte de numéro 7 et une carte de pique"
Donc $B = (A_10 \cap C) \cup (A_7 \cap P$.

C : "On pioche une carte de valeur inférieure à 8 (as non compris"
"On pioche une carte de numéro 2 ou on pioche une carte de numéro 3 ou on pioche une carte de numéro 4 ou on pioche une carte de numéro 5 ou on pioche une carte de numéro 6 ou on pioche une carte de numéro 7 ou on pioche une carte de numéro 8"
Donc $C = A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_7 \cup A_8 = \bigcup_{i=2}^{8} A_i$.

D : "On pioche une figure"
"On pioche une carte de numéro 11 (un valet avec notre notation) ou on pioche une carte de numéro 12 (une dame) ou on pioche une carte de numéro 13 (un roi)"
Donc $D = A_{11} \cup A_{12} \cup A_{13}$.

E : "On pioche une carte de valeur 10"
"On pioche une carte de numéro 10 ou on pioche une figure"
Donc $E = A_{10} \cup D = A_{10} \cup A_{11} \cup A_{12} \cup A_{13}$.

2. Le tirage de carte est non biaisé, chaque carte peut être piochée de façon équiprobable. Pour gagner avec deux cartes en tout, le joueur doit piocher un dix, un valet, une dame et un roi, c'est à dire 16 cartes. Puisqu'on ne connait pas les cartes du croupier, le joueur peut piocher 51 cartes en tout (52 cartes moins l'as en face visible).

La probabilité qu'il atteigne 21 est donc de $\frac{16}{51}$.

3. Cette fois, pour atteindre 21 avec deux cartes, le joueur doit piocher un as, donc potentiellement 4 cartes. Le joueur peut piocher 51 cartes.

La probabilité qu'il atteigne 21 avec les deux cartes avec lesquelles il a commencé est donc de $\frac{4}{51}$.

4. Cette question est complexe et nous entraîne à la frontière de ce chapitre pour frôler le contenu du prochain chapitre de probabilité.

   Je vous laisse le faire en autonomie, il s'agit ici de regarder chaque cas possibles et de calculer les probabilités de chacun de ces sous cas. C'est assez délicat, surtout que plusieurs sous cas sont assez vicieux. Nous rediscuterons de tout cela dans le prochain chapitre de probabilité donc le nom est : Combinatoire.

5. Le joueur est à 18 points, pour ne pas perdre (*ie* ne pas dépasser 21) le joueur doit piocher une carte de valeur inférieure ou égale à 3. À la connaissance du joueur, il reste 11 cartes qui conviennent (le joueur a déjà un 3). Il reste 48 cartes qui n'ont pas été révélées au joueur. Ainsi la probabilité que le joueur perde est de $\frac{11}{48}$. La probabilité qu'il ne perde pas est de $1 - \frac{11}{48} = \frac{37}{48}$.

6. Le joueur est à 16 points, pour ne pas perdre (*ie* ne pas dépasser 21) le joueur doit piocher une carte de valeur inférieure ou égale à 5. À la connaissance du joueur, il reste 19 cartes qui conviennent (un 3 a déjà été joué). Il reste 44 cartes qui n'ont pas été révélées au joueur. Ainsi la probabilité que le joueur perde est de $\frac{19}{44}$. La probabilité qu'il ne perde pas est de $1 - \frac{19}{44} = \frac{25}{44}$.

EXERCICE 4. Cet exercice étant très proche des exercices vus en cours, je me contenterais de vous donner les réponses, n'hésitez pas à vous inspirer des corrections des exercices du cours pour rédiger une correction détaillée.

1. La probabilité que la bille s'arrête sur 0 est de $\frac{1}{37}$. La probabilité qu'elle s'arrête sur une case rouge est $\frac{18}{37}$.

2. $A = G_3 \cap G_{10}$
   $B = G_n$
   $C = \bigcap_{i=1}^{n} G_i$
   $D = \bigcap_{i=1}^{n} \bar{G}_i$
   $E = G_i$
   $F = \bigcup_{i=1}^{n} G_i$
   $$G = \bigcup_{i=1}^{n} \left[\left(\bigcap_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \bar{G}_j \right) \cap G_i \right]$$

3. Les configurations sont :
   victoire/victoire/victoire
   victoire/victoire/défaite
   victoire/défaite/victoire
   victoire/défaite/défaite
   défaite/victoire/victoire
   défaite/victoire/défaite
   défaite/défaite/victoire
   défaite/défaite/défaite

   La probabilité d'une victoire est $\frac{18}{37}$, la probabilité d'une défaite est $\frac{19}{37}$, je vous laisse calculer les probabilités de chaque configuration.

   Les configurations où la joueuse perd de l'argent (celles avec plus de deux défaites) sont plus probables que celles où elle gagne de l'argent. La meilleure façon pour la joueuse de gagner de l'argent est de ne pas jouer. Tous les jeux d'argent des casinos sont fait pour que les joueurs aient plus de chance de perdre que de gagner.