

TD de révision

Ces exercices sont particulièrement importants. Si vous avez du mal à faire l'un des calculs, modifier un peu le calcul en ajoutant un 2, 3, -1 au lieu d'un 1, en modifiant la puissance, etc, et refaites les jusqu'à réussir à y arriver rapidement. En cas de soucis, n'hésitez pas à regarder les indispensables liés à ces questions.

I Indispensable 0

EXERCICE 1. Simplifier autant que possible les quantités suivantes

$\frac{21}{49}$	$\frac{4}{3} \times \frac{1}{2}$	$\frac{21}{32} \times \frac{8}{35}$	$x \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{x} \times \frac{3}{4}$
$\frac{4}{-3}$	$\frac{-4}{-3}$	$\frac{(-21)}{32} \times \frac{(-8)}{35}$	$\frac{-1}{3} \times (2 - x)$	$\frac{n^3+n}{n}$
$1 - \frac{1}{3}$	$\frac{4}{3} + \frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}\alpha - \frac{2}{3}\alpha$	$\frac{n^2+n+1}{n^2}$	$\frac{1}{x} + 1$
2^{-3}	2^0	$x^2 \times x^3$	$(x^3)^2$	$\frac{1}{5}(x^2 + x + 1)$
$(3x)^2$	$(\frac{1}{3}x)^2$	$\sqrt{3^2 + 4^2}$	$\sqrt{3x^2}$	$(-1)^n$
$\frac{x^3}{x}$	$\frac{x^4}{x^7}$	$\frac{x^4+x^2}{x^3-x}$	$\frac{\sqrt{x}}{x}$	$\frac{\sqrt{n^2+1}}{n}$
$\sqrt{27}$	$\sqrt{\frac{9}{2}}$	$\frac{1}{x}\sqrt{x^3 - x^2 + x}$	$\frac{e^2}{e^3}$	$\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

EXERCICE 2. Factorisez les quantités suivantes par x^2 .

$x^5 + 4x^3 - x^2 + 3$	$\sqrt{x^4 - x^3 + 2x}$	$\sqrt{x^7 - 5x^5 + 3x - 2}$
------------------------	-------------------------	------------------------------

II Indispensable 1

EXERCICE 3. Résoudre les équations suivantes :

$2x + 3 = 1$	$2^{\frac{1}{x}} = 1$	$2^{\frac{1}{x}} + 3 = 1$
$\frac{2x+1}{3x-1} = 2$	$e^{-x} + 2 = \frac{5}{3}$	$\ln(3x) - \ln(3) = -1$

EXERCICE 4. Faire passer tous les termes de l'équation à droite de l'égalité de sorte à pouvoir écrire x en fonction de tous les autres termes *ie* $x = \dots$.

$x + 3y - 2z = 1$	$3x + 2y - z = 4$	$3x - 3y + 2z = 12$
-------------------	-------------------	---------------------

EXERCICE 5. Résoudre les équations suivantes (lorsque c'est possible) :

$x^2 + x + 1 = 0$	$x^2 + 2x + 1 = 3$	$2x^2 + 3x + 1 = 0$
-------------------	--------------------	---------------------

EXERCICE 6. Compléter les identités remarquables :

$(a - b)(a + b)$	$(a + b)^2$	$(a - b)^2$
------------------	-------------	-------------

EXERCICE 7. Donner les valeurs de x pour lesquelles les quantités suivantes sont positives :

$2x + 3$	$x^2 - 1$	$\ln(1 + x)$
----------	-----------	--------------

Les exercices suivants ont pour but de vous faire revoir des notions vues en début d'année, n'hésitez pas à vous référer aux chapitres associés en cas de soucis et à comparer vos résultats avec la solution.

III Chapitre 1

EXERCICE 8. Étudiez la monotonie des suites suivantes, définies sur tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = n(n+1)$$

$$v_n = \frac{1}{n}$$

$$w_n = \sqrt{n}$$

$$a_0 = 1$$

$$b_0 = \frac{1}{2}$$

$$c_0 = \frac{1}{2}$$

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n}$$

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{n}$$

$$c_{n+1} = (c_n)^2$$

EXERCICE 9. Calculez les quantités suivantes :

$$\sum_{k=0}^{12} k^2$$

$$\sum_{k=0}^9 k$$

$$\sum_{k=0}^5 \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

IV Indispensable 2

EXERCICE 10. Dériver les fonctions suivantes :

$$\sqrt{x}$$

$$\frac{3}{x} - 7$$

$$8x^5 - 4x^3 + 12$$

$$6 + 3x^2 - 8x^4$$

$$(3x+2)(6x-7)$$

$$(-2x^2 - 8x + 4)(3x + 5)$$

$$\frac{8x-7}{3x+4}$$

$$\frac{5x^2-4}{8x^3-2x}$$

$$(8x^3 - 2x + 7)^2$$

$$(6x - 7)^5$$

$$\frac{1}{x^2-3x+4}$$

$$\sqrt{8x-2}$$

$$e^{x^2+1}$$

$$\sqrt{x^3+4x-2}$$

$$\ln(x+1)$$

$$\ln(x^2+3)$$

$$(e^x + 1)^2$$

$$x \ln(x) - x$$

$$\frac{x \ln(x)}{x+1}$$

$$xe^{x^2} - x$$

V Chapitre 2

EXERCICE 11. Calculer AX , BX , tA , tB , A^2 et AB pour les matrices A , B et le vecteur X suivant :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Les exercices suivants ont pour but de vous faire réviser quelques méthodes que vous avez vu cette année. Au delà des calculs, faites attention à respecter la rédaction qui vous a été fournie.

VI Indispensable 4

EXERCICE 12. Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_0 = \frac{1}{3}$ et $u_{n+1} = u_n(1 - u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer par récurrence que :

$$0 < u_n < 1$$

EXERCICE 13. Montrer par récurrence que, pour tout $n \geq 1$:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

EXERCICE 14. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{R}_+$:

$$(1+a)^n \geq 1+na$$

VII Chapitre 4

EXERCICE 15. Pour chaque fonction, donner son ensemble de définition, calculer la dérivée, donner le tableau de signe de la dérivée et trouver son tableau de variation.

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$g(x) = \frac{5x-3}{x-1}$$

$$h(x) = x^3 - 9x^2 - 21x + 4$$

$$a(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

$$b(x) = \ln(x^2 + 1)$$

$$c(x) = e^{-\sqrt{x}} + \ln(x)$$