

TP 5 : Systèmes linéaires et matrices

Si A est une matrice et b un vecteur, alors la commande `linsolve(A,-b)` renvoie :

- * **LA** solution du système $AX = b$ si le système est de Cramer.
- * **UNE** solution du système $AX = b$ s'il en possède plusieurs.
- * **ans=[]** si le système n'admet aucune solution.

EXERCICE 1. Posons la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Écrire la matrice A en Scilab.
2. Écrire sous Scilab la commande `inv(A)*A`, qu'obtenez vous ? À quoi sert la fonction `inv` ?

3. Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -2y + z = 2 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

Écrivez le sous forme matricielle.

4. Le résoudre à l'aide de Scilab avec la fonction `inv`. Quel programme que vous avez écrit pour résoudre le système ? Quelle est la solution ?

EXERCICE 2. Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ -3y + 5z = 7 \\ 6z = 37 \end{cases}$$

1. Mettez le système sous forme matricielle et dites sans utiliser Scilab ni faire de calcul si le système est de Cramer.
2. À l'aide de Scilab, donnez la solution de ce système

EXERCICE 3. On considère les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - 3y + z = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - 3y + z = 5 \\ -x + 4y - z = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

Trouver les solutions de ces systèmes à l'aide de Scilab, en utilisant la fonction `linspace`, qu'obtenez vous ?

EXERCICE 4. Considérons la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & -1 & 0 \\ -2 & 6 & -3 & 8 \\ 11 & -4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$

1. Écrivez la matrice M dans Scilab.
2. Tapez `M(3,2)` dans Scilab. Qu'obtenez vous ? Expliquez ce que Scilab vous affiche.
3. Tapez `M(:,2)` dans Scilab. Qu'obtenez vous ? Expliquez ce que Scilab vous affiche.
4. Écrivez une commande permettant d'extraire toute la deuxième ligne de la matrice M .
5. Tapez `M(3,2)=21` dans Scilab, que s'est il passé ?
6. Écrivez une commande permettant de remplacer toute la deuxième ligne L_2 par $L_2 - 5L_1$.

EXERCICE 5. Considérons le système :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 0 \\ 5x + 7y - z = 1 \\ -2x + 6y - 3z + 8t = 2 \\ 11x - 4y + 9z - 5t = 3 \end{cases}$$

1. Écrire ce système sous la forme $MX = b$ avec un vecteur b que l'on explicitera.
2. Posez dans Scilab une matrice 4×5 S constituée de la matrice M pour les 4 premières colonnes et du vecteur b pour la 5e, cette matrice S codera le système. Écrivez un algorithme qui modifie les trois dernières lignes du système pour retirer l'inconnue x .
3. Écrivez un algorithme du pivot de Gauss que vous appliquerez à ce système.