TP 8 : Calcul numérique d'intégrale

Dans ce TP, nous étudierons la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$f(x) = -\frac{1}{2x}$$

Nous allons chercher à calculer de deux façons différentes l'intégrale $\int_1^2 f(x)\ dx$.

EXERCICE 1 (Méthode des rectangles)**.** Comme nous l'avons vu en cours, la méthode des rectangles consiste à utiliser la convergence des sommes de Riemann à pas constant.

1. Rappeler la formule de la somme de Riemann à pas constant à gauche de la fonction f entre 1 et 2, $S_n^{(g)}(f)$ et l'exprimer pour la fonction donnée dans l'énoncé.

2. Définir la fonction f en Scilab.

3. Écrire un code permettant de tracer la fonction f en Scilab entre 1 et 2.

4. Écrire un programme permettant de calculer le $100e$ terme de la somme de Riemann à pas constant à gauche de la fonction f entre 1 et 2. Quel résultat obtenez vous ?

5. Calculer à la main l'intégrale recherchée. Comparez avec le résultat trouvé à la question précédente.

6. Écrire un programme permettant de donner l'indice n à partir duquel la somme de Riemann à pas constant à gauche de la fonction f entre 1 et 2 a convergé à 10^{-4} près. Quel résultant obtenez vous ?

EXERCICE 2 (Méthode Monte Carlo)**.** Le calcul de l'intégrale par méthode Monte Carlo consiste à :

* prendre n valeurs aléatoires x_1, x_2, ..., x_n
* calculer les valeurs des $f(x_i)$
* en faire la moyenne.

Pour n suffisamment élevée, on trouvera une approximation de l'intégrale que l'on souhaite calculer.

1. Écrire un programme qui demande à l'utilisateur d'entrer un entier n et renvoie un vecteur de n nombres aléatoires compris entre 1 et 2.

2. Écrire un programme qui demande à l'utilisateur d'entrer un entier n et renvoie l'approximation par méthode Monte Carlo de l'intégrale recherchée.

3. Pour $n = 1000$ qu'obtenez vous ?