Corrigé du TD2: Statique des fluides

Disclaimer : Ce corrigé n'a pas pour but de vous fournir un détail des calculs vus en TD, mais de vous résumer les notions clés dont vous aurez besoin pour résoudre ces exercices, les avertissements vis à vis de certaines erreurs classiques, quelques digressions vues en séances, les détails des passages les plus techniques ainsi que les réponses aux différentes questions. Pour obtenir un corrigé détaillé, il vous faudra donc vous référer aux notes prises en TD ou reprendre vous même les calculs à partir des notions présentées dans le présent corrigé.

En cas de difficultés, **n'hésitez pas à me contacter**, nous pourrons en discuter soit par mail soit en début de séance suivante. Ce corrigé n'a pour but que d'être une base de travail pour vous et de servir de complément par rapport à ce que vous avez sûrement noté en séance, il n'est en aucun cas fait pour se suffire à lui même.

Exercice 1 — Mesure de pression ($*$)

1. **Notions clés :** Loi hydrostatique : $\Delta P = -\rho g \Delta h$

   Expression littérale : $P = P_0 - \rho g z$

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse volumique en $kg.m^{-3}$, la côte en m et la pression en Pa).

   AN : $P = 380\ .10^5 Pa$

   remarque. On rappelle que vous avez vu en cours que la pression augmente d'un bar tous les $10m$, on retrouve le bon ordre de grandeur.

2. **Notions clés :** Définition de la force de pression : $F = PS$

   Expression littérale : $F = (P_0 + \rho g h)S$

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse volumique en $kg.m^{-3}$, la côte en m, la section en m^2 et la pression en Pa).

   AN : $S = 3,8.10^3 N$

   Ordre de grandeur : C'est le poids exercé par une masse de l'ordre de $380kg$.

3. Effectuez ce calcul à pression atmosphérique, vous trouverez une force de $10N$.

   La force de pression exercée sur un $1cm^2$ de la coque du Titanic correspond à 380 fois celle s'exerçant sur la même surface à pression atmosphérique.

Exercice 2 — Manomètre à mercure en U ($*$)

1. Faites bien attention à ce que le liquide soit à la même hauteur dans les deux branches du U.

2. **Approximations :**
   - Absence de tension superficielle et viscosité.
   - La densité est constante dans le liquide.
   - Le système est à l'équilibre hydrodynamique.

   Notions clés :
   - Le liquide est incompressible, donc à même hauteur, la pression est constante.
   - Loi hydrostatique : $\Delta P = -\rho g \Delta h$

Expression littérale : $P_{gaz} = P_{atm} - \rho_{eau} d_{Hg} g h$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse volumique en $kg.m^{-3}$, la hauteur en m et la pression en Pa).

AN : $P_{gaz} = 0,89.10^5\ Pa$

Exercice 3 Élévateur hydraulique (∗∗)

1. On cherche la variation de pression maximale ΔP entre P_i et P_f.

   On considérera donc une différence de hauteur $\Delta h = 2m$ qui est la hauteur maximale que l'on souhaite atteindre.

   Notions clés : Loi hydrostatique : $\Delta P = -\rho g \Delta h$

   Expression littérale : $\Delta P = \rho g \Delta h$

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse volumique en $kg.m^{-3}$ et la hauteur en m).

   AN : $\Delta P = 0.1 P_i$

   remarque. Si l'on cherche les quantités à 10% près, on peut alors considérer que $P_i = P_f$.

2. **Notions clés :**
   - ∗ Définition de la force de pression : $F = PS$
   - ∗ Aire d'un disque de rayon r : πr^2

   Expression littérale : $F_i = \pi r_i^2 P_i$

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (le rayon en m et la pression en Pascal).

   AN : $F_i = 5,7.10^2\ N$

3. Vous trouverez de même $F_f = 1,6.10^5\ N$.

   Quelques ordres de grandeur : Cela correspond au poids d'une masse de $1,5.10^4 kg$, une voiture pèse en moyenne $1,5t$, la valeur trouvée est donc cohérente.

4. **Notions clés :** Le fluide est incompressible, le volume occupé est donc constant. Le volume a donc autant diminué dans la branche gauche qu'il a augmenté dans la branche droite.

   Expression littérale : $\Delta V_i = \pi r_f^2 \gamma_f$.

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (les longueurs en m).

   AN : $\Delta V_i = -79L$

5. **Notions clés :** Le travail de la force est $W = \vec{F}.\vec{\ell}$.

   ATTENTION. Faites attention au signe du travail de la force.

   Expression littérale : $W_f = P_i \pi r_f^2 \gamma_f$ et $W_f = P_i \pi r_f^2 \gamma_f$.

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (les longueurs en m et pression en Pa).

   AN : $W_f = W_i = 16kJ$

Exercice 4 Flotteur (∗∗)

1. Je vous laisse reprendre les exercices précédents pour montrer que la force au dessus du bouchon est $-P_0 S\vec{e_z}$ et sur le dessous du bouchon est $P_{-h} S\vec{e_z}$.

   Pour ce qui est de la pression sur la surface latérale du bouchon, considérez la pression s'exerçant au voisinage de M.

   On peut considérer le symétrique de M par rapport à l'axe z.

   Le vecteur de surface $\delta\vec{S}$ autour de M est alors symétrique du vecteur de surface $\delta\vec{S'}$ autour de M'.

   Or le cylindre admet l'axe z pour axe de symétrie, donc les vecteurs $\delta\vec{S}$ et $\delta\vec{S'}$ sont opposés.

   Or, les points M et M' ont même côte, la pression est la même en ces deux points.

   Les forces de pression en M et M' sont opposées.

   La force de pression résultante au voisinage de M et au voisinage de M' est donc nulle.

   En sommant sur tous les points de la surface latérale du bouchon, on trouve que la force de pression résultante s'exerçant sur la surface latérale du bouchon est nulle.

2. **Résultat (en sommant) :** $R = \rho_{eau} g h s$

3. **Notions clés :**
   - ∗ Définition du poids : $P = mg$
   - ∗ Définition de la masse volumique : $m = \rho V$
   - ∗ Volume d'un cylindre : $V = sH$

   Résultat : $P = \rho_{liege} s H g$

4. **Notions clés :**
   - ∗ La poussée d'Archimède est égale à l'opposée du poids du volume d'eau déplacée.
   - ∗ Définition du poids : $P = mg$
   - ∗ Définition de la masse volumique : $m = \rho V$
   - ∗ Volume d'un cylindre : $V = sH$

   Résultat : $\Pi = \rho_{eau} s h g$

5. $\Pi = R$, la poussée d'Archimède n'est autre que la résultante des forces de pression s'exerçant sur le bouchon.

6. **Notions clés :** Principe fondamental de la dynamique

   Expression littérale : $h = \frac{\rho_{liege}}{\rho_{eau}} H$.

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse volumique en $kg.m^{-3}$ et la hauteur en m).

   AN : $h = 1,2\ cm$

Exercice 5 Différence de densité (∗∗)

1. **Notions clés :**

* À l'équilibre, la pression est continue. Elle prend la même valeur en haut et en bas du ménisque.
* Loi hydrostatique : $\Delta P = -\rho g \Delta h$

Résultats : $P_A = P_C = p_0$, $P_D = p_0 + \rho_{eau} g h'$ et $P_B = p_0 + \rho_{huile} g h$.

2. **Notions clés :** Pour un fluide incompressible et à l'équilibre et des points B et D reliés par le fluide, on a $P_B = P_D$.

   Expression littérale : $H' = H - h + \frac{\rho_{huile}}{\rho_{eau}} h$.

   ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (les masses volumiques en $kg.m^{-3}$ et les hauteurs en m).

   AN : $H' = 5,6\ cm$

Exercice 6 Évolution de la pression en fonction de l'altitude pour une atmosphère isotherme (

1. Appliquez le PFD en utilisant le schéma présent dans le sujet. Les valeurs des différentes forces ainsi que leurs valeurs y sont inscrites.

   Vous aboutirez alors au résultat recherché.

2. **Notions clés :**
   * Loi des GP : $PV = nRT$
   * Définition de la masse volumique : $\rho = \frac{m}{V}$
   * Définition de la masse molaire : $n = \frac{m}{M}$

   Résultat : $\rho = \frac{PM}{RT}$

3. En combinant les deux questions précédentes, vous aboutirez à $\frac{dP}{dz} = -\frac{gM}{RT} P$.

   Il s'agit d'une équation différentielle sur P, sa solution est, pour K une constante quelconque,

$$P = Ke^{-\frac{gM}{RT} z}$$

   Pour une pression P_i à altitude z_i, on trouve alors

$$P_i = Ke^{-\frac{gM}{RT} z_i}$$

   D'où

$$K = e^{\frac{gM}{RT} z_i} P_i$$

   Et donc

$$P = P_i e^{-\frac{gM}{RT}(z - z_i)}$$

4. Il s'agit d'une exponentielle décroissante.

5. La distance caractéristique est, par définition, telle que $P = P_i e^{-\frac{z - z_i}{\lambda}}$.

   Donc $\lambda = \frac{RT}{gM}$.

   L'application numérique donne alors $\lambda = 7,92 km$.

6. En supposant que l'atmosphère est isotherme partout, on peut prendre comme référence $P_i = P_{atm}$ pour $z_i = 0m$.

   On trouve alors $P = P_{atm}e^{-\frac{gM}{RT}z}$.

   Les applications numériques donnent $P_{MontBlanc} = 552hPa$ et $P_{Everest} = 331hPa$.

   Dans la réalité, on a $P_{MontBlanc} = 547hPa$ et $P_{Everest} = 324hPa$.

   Étant donné l'approximation effectuée, les résultats sont plutôt bons.