

Corrigé du TD3: Grandeurs caractéristiques et loi de Dalton

Disclaimer : Ce corrigé n'a pas pour but de vous fournir un détail des calculs vus en TD, mais de vous résumer les notions clés dont vous aurez besoin pour résoudre ces exercices, les avertissements vis à vis de certaines erreurs classiques, quelques digressions vues en séances, les détails des passages les plus techniques ainsi que les réponses aux différentes questions. Pour obtenir un corrigé détaillé, il vous faudra donc vous référer aux notes prises en TD ou reprendre vous même les calculs à partir des notions présentées dans le présent corrigé.

En cas de difficultés, **n'hésitez pas à me contacter**, nous pourrions en discuter soit par mail soit en début de séance suivante. Ce corrigé n'a pour but que d'être une base de travail pour vous et de servir de complément par rapport à ce que vous avez sûrement noté en séance, il n'est en aucun cas fait pour se suffire à lui même.

Exercice 1

Volume d'un gaz parfait (*)

1. Notions clés :

* Loi des GP : $PV = nRT$

* L'air se comporte comme un unique gaz parfait

Expression littérale : $V = \frac{(n_{O_2} + n_{N_2})RT}{P}$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (les quantité de matière en mol, la température en Kelvin et la pression en Pa).

AN : $V = 0,0227 \text{ m}^3 = 23 \text{ L}$

2. Notions clés :

* Définition de la pression partielle : $P_i V_{tot} = n_i RT_{tot}$

* Loi des GP : $PV = nRT$

Expression littérale : $P_i = \frac{n_i}{n_{O_2} + n_{N_2}} P$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (les quantité de matière en mol et la pression en Pa).

AN : $P_{O_2} = 0,20 \text{ bar}$ et $P_{N_2} = 0,80 \text{ bar}$

Exercice 2

Pressions partielles (*)

1. Notions clés : Définition de la pression partielle : $P_i V_{tot} = n_i RT_{tot}$

Expression littérale : $P_i = \frac{n_i RT}{V}$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (les quantité de matière en mol, la température en Kelvin et le volume en m^3).

AN : $P_{NH_3} = 134839 \text{ Pa} = 1,35 \text{ bar}$ et $P_{N_2} = 33456 \text{ Pa} = 0,33 \text{ bar}$

2. Notions clés : Loi de Dalton : La pression totale d'un mélange de GP est la somme des pressions partielles

Expression littérale : $P_{tot} = \frac{n_{N_2} RT}{V} + \frac{n_{NH_3} RT}{V}$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (les quantité de matière en mol, la température en Kelvin et le volume en m^3).

AN : $P_{tot} = 1,68 \text{ bar}$

Exercice 3

Composition massique de l'air (**)

Notions clés :

- * Définition fraction massique : $x_{m,i} = \frac{m_i}{m_{tot}}$
- * Définition masse molaire : $m_i = n_i M_i$
- * Pour simplifier les expressions, définissez le coefficient c_i par $p_i = c_i P_t$
- * Définition pression partielle : $P_i V = n_i R T$

Expression littérale : $x_{m,i} = \frac{c_i M_i}{c_{N_2} M_{N_2} + c_{O_2} M_{O_2} + c_{Ar} M_{Ar}}$

AN : $x_{m,N_2} = 0,7541 = 0,75$, $x_{m,O_2} = 0,232 = 0,23$ et $x_{m,Ar} = 0,0138 = 0,014$

remarque. La fraction massique n'a pas d'unité.

Exercice 4

Volume molaire (**)

1. Notions clés :

- * Loi des GP : $PV = nRT$
- * Définition du volume molaire : $V_M = \frac{V}{n}$

Expression littérale : $V_M = \frac{RT}{P}$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la température en Kelvin et la pression en Pascal).

AN : $V_M = 0,02241 \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 22 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

2. **AN :** $V_M = 0,02479 \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

3. Notions clés :

- * Définition de la masse volumique : $\rho = \frac{m}{V}$
- * Définition du volume molaire : $V_M = \frac{V}{n}$

Expression littérale : $V_M = \frac{M}{\rho}$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse molaire en $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ et la masse volumique en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

AN : $V_M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

4. Notions clés :

- * Définition de la masse volumique : $\rho = \frac{m}{V}$
- * Définition du volume molaire : $V_M = \frac{V}{n}$
- * Définition de la densité : $d = \frac{\rho_{liq}}{\rho_{eau}}$

Expression littérale : $V_M = \frac{M}{d \rho_{eau}}$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse molaire en $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ et la masse volumique en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

Ordre de grandeur : $V_M \simeq 10^{-2} - 10^{-1} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

5. **AN** : $r_{eau} = 1360$

Ordres de grandeur :

$$r_{ethanol} = 420$$

$$r_{benzene} = 274$$

$$r_{methane} = 646$$

remarque. Vous pouvez retenir qu'il y a un rapport de l'ordre de 10^3 pour le volume molaire entre un gaz et un liquide.

Exercice 5

Approximations (**)

1. Voir l'exercice précédent.

2. **Notions clés :**

* Définition de la masse volumique : $\rho = \frac{m}{V}$

* Définition du volume massique : $v = \frac{V}{m}$

* Loi des GP : $PV = nRT$

* Définition de la masse molaire : $n = \frac{m}{M}$

Expression littérale : $v_{GP} = \frac{RT}{MP}$ et $v_{liq} = \frac{1}{\rho}$

ATTENTION. N'oubliez pas de tout mettre en unités SI pour l'AN (la masse molaire en $kg.mol^{-1}$, la température en Kelvin, la pression en Pascal et la masse volumique en $kg.m^{-3}$).

AN (pour l'eau à 1 atm et 20°C) : $\frac{v_{gaz}}{v_{liq}} = 1,3 \cdot 10^3$

remarque. Là encore, vous pouvez retenir un facteur 10^3 en général.

3. Dans la situation a/, on peut négliger le volume de liquide, mais on ne peut pas négliger ni sa masse, ni sa quantité de matière, en effet, le gaz n'occupe pas 10^4 fois plus de volume que le liquide.

Dans la situation b/, on ne peut pas négliger le volume occupé par le gaz, mais on peut négliger sa masse. En effet, le gaz occupe moins de quelques fois plus de volume que le liquide.

Exercice 6

Quelques réflexions (*)

1. **Notions clés :** Pour e_r l'erreur relative, v_{th} la valeur théorique et v_{exp} la valeur expérimentale, on a :

$$e_r = \frac{v_{th} - v_{exp}}{v_{th}}$$

AN : $e_r \simeq 1\%$

2. Non, même en considérant l'air comme un gaz parfait, elle dépendrait de la température, de l'altitude, du vent, etc ...

1 atm est une valeur de référence qui sert de norme, mais n'est pas une représentation exacte de la réalité.

3. Là encore non, vous pouvez vous référer à l'exercice 4.

Il s'agit là aussi d'une valeur de référence, dans des cas classiques de pression et température, mais ce n'est pas une constante universelle.

Exercice 7

Quelques questions complémentaires

1. Le volume d'un pneu ne peut que très peu varier, on peut le considérer constant.

La température d'un pneu peut varier, notamment en cas de freinage.

La quantité de matière ne varie que très peu, sauf en cas de fuite.

La pression d'un pneu peut varier.

2. Lorsque l'on ouvre la porte du congélateur, de l'air chaud y entre et de l'air froid en sort.

Si l'on considère l'air dans le congélateur comme un gaz parfait, on a $PV = nRT$.

Or, pour un congélateur fermé, le volume et la quantité de matière restent constants (ou en tous les cas varient peu sur un temps court).

Si la température diminue (le congélateur refroidissant l'air chaud y étant entré), la pression va également diminuer.

On voit donc l'apparition d'une force de pression qui va s'opposer à l'ouverture de la porte.

remarque. La fermeture de la porte du congélateur n'est pas complètement étanche. Avec le temps, de l'air va entrer dans le congélateur et augmenter la pression à l'intérieur jusqu'à arriver à l'équilibre et faire disparaître cette force de pression.

Exercice 8

Aspect statistique de la pression d'un gaz (***)

remarque. Dans un premier temps, nous considérerons que le vecteur vitesse \vec{v} est orthogonal à la paroi.

Il est également possible de faire la démonstration dans le cas \vec{v} quelconque, mais cela rend le raisonnement inutilement plus complexe et obscur.

1. En un temps dt , une bille allant à vitesse v parcourt une distance $v dt$.

Toutes les billes percutant la paroi pendant le temps dt se trouvent dans un cylindre de section S posée sur la paroi et de hauteur vdt .

Les billes ne se trouvant pas dans ce cylindre percuteront une autre portion de la paroi ou la frapperont après un temps dt .

Le volume de ce cylindre est donc $Sv dt$.

En considérant qu'il y a n billes par unité de volume, on trouve alors qu'il y a $nSv dt$ billes dans ce cylindre.

2. D'après le PFD, $m\vec{a} = \vec{F}$

Avant le choc, la bille se déplace à vitesse \vec{v} , puis, après le choc, elle se déplace à vitesse $-\vec{v}$

En projetant sur l'axe orthogonal à la paroi, en supposant la force constante en fonction du temps et en intégrant sur le temps dt , on trouve que

$$m\Delta v = F dt$$

et donc $F dt = m(-v - v) = -2mv$

Finalement, $F = \frac{-2mv}{dt}$

3. La force totale exercée par les billes est alors la force exercée par une bille multipliée par le nombre de billes touchant la surface.

$$\begin{aligned}
 F_{tot} &= -\frac{2mv}{dt}nSv dt \\
 &= -2mnSv^2
 \end{aligned}$$

4. La pression étant égale à $P = \frac{|F|}{S}$, par définition de la force de pression.

On trouve $P = 2mnv^2$

5. L'énergie cinétique d'une bille est $E_C = \frac{1}{2}mv^2$.

Ainsi $P = 4nE_C$.

Considérons maintenant le cas d'une vitesse \vec{v} pas nécessairement orthogonale à la paroi.

Posons \vec{v}_{orth} la composante orthogonale à la paroi et \vec{v}_{para} la composante parallèle.

On supposera tout de même ici que \vec{v}_{orth} est orienté dans le sens de la paroi.

Dans ce cas, je vous invite à vous en convaincre par un dessin, mais la réponse à la question 1 devient $nS\vec{v}_{orth} dt$. Les billes percutant la paroi se retrouvent non plus dans un cylindre droit, mais un cylindre incliné de volume égal à celui d'un cylindre droit de section S et de hauteur \vec{v}_{orth} .

Vous pouvez alors reprendre le raisonnement de la question 2 et vous trouverez qu'en faisant Δv , la composante \vec{v}_{para} disparaît.

Vous aboutirez alors à $F = -\frac{2mv_{orth}}{dt}$, puis à $F_{tot} = -2mnSv_{orth}^2$, et enfin $P = -2mnv_{orth}^2$.

Il est impossible de répondre à la question 5 en effet, l'énergie cinétique de la bille dépend de la composante parallèle, mais la pression n'en dépend pas.

Si vous souhaitez vraiment considérer le cas le plus général, il faudrait également se demander ce qu'il se passe si on retire la contrainte ' \vec{v}_{orth} est orienté dans le sens de la paroi'.

En fait, avec tout ce que l'on a dit, c'est assez rapide.

Les billes ne vérifiant pas cette contrainte ne taperont pas la paroi pendant le temps dt , s'il est suffisamment court pour que les billes n'aient pas le temps d'aller taper l'autre paroi pour revenir sur la section S .

Si l'on considère un cas général, il devrait y avoir une moitié de bille dont la vitesse orthogonale va dans un sens et une moitié dans l'autre sens. Ainsi, la moitié des billes dans le volume considéré dans la question 2 ne contribuent pas à la pression dans la cuve.

Cela revient donc à refaire tout le raisonnement précédent en considérant un nombre de bille par unité de volume $\frac{n}{2}$ au lieu de n .

Ainsi, on aurait $P = mnv_{orth}^2$.