

Désintégration β

Ce TD va vous introduire à la théorie de la désintégration faible. En fait, on va se restreindre à sa version la plus simple proposée par Fermi en 1930. Elle lui valu le prix Nobel quatre ans plus tard. La version proposée par Fermi ne prends pas en compte les effets relativistes, et peut donc être étudiée dans le cadre de la mécanique quantique non-relativiste. Nous nous restreindrons de plus, à la partie qui ne prends pas en compte le spin des particules produites .

1) On observe la désintégration d'un noyau de fluor ${}^{17}_9F$ en oxygène ${}^{17}_8O$. On observe facilement qu'au cours du processus il y a émission d'un positron. Comment peut varier l'énergie de ce positron ? Est-ce possible d'expliquer les courbes expérimentales ? Comment peut-on contourner cette difficulté ?

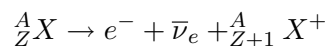
2) On sait aujourd'hui que l'interaction faible est mediée par les bosons Z^0, W^\pm de masse environ 80 GeV. Quelle sera la portée de cette interaction ? Étant donné l'étendue caractéristique des fonctions d'ondes nucléaires, comment peut-on approximer le potentiel V d'interaction faible ?

3) Afin d'éviter les problèmes liées à un spectre continu, on suppose le système enfermé dans un boite de très grand volume Ω . On suppose que le noyau est décrit par un hamiltonien $H = H_0 + V$ et qu'il se trouve initialement dans un état propre $|\Psi_0\rangle$ de H_0 . La perturbation $V \ll H_0$ va induire les transitions vers les autres états possibles $|\Psi_n\rangle$. On cherche $|\Psi(t)\rangle$ sous la forme :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n a_n(t) e^{-i\omega_n t} |\Psi_n\rangle \quad E_n = \hbar\omega_n$$

Quelle est l'équation satisfaite par les a_n ? On introduira $V_{mn} = \langle \Psi_n | V | \Psi_m \rangle$. Pourquoi peut on prendre $V_{mm} = 0$. On se limitera au premier ordre en la perturbation. On fera l'ansatz $a_0(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$. Interpréter et justifier la forme de l'ansatz, puis résoudre le système.

4) On va appliquer ce qui suit à la désintégration β . On considère la désintégration



Étant donné les énergies mises en jeu, comment peut on approximer les fonctions d'ondes des l'électron et du neutrino ? Que va-t'on choisir pour les fonctions d'ondes des deux noyaux ? Que vau alors $|V|_{fi} = \langle \Psi_i | V | \Psi_f \rangle$? Peut-on effectuer un développement multipolaires de cette quantité ?

5) La question **3)** permet d'obtenir la probabilité de trouver à la limite $t \rightarrow +\infty$, ie lorsque la desintegration a eu lieu, l'électron avec une impulsion \vec{k}_e et l'anti-neutrino

avec une impulsion $\vec{k}_{\bar{\nu}}$. On trouve

$$d\mathcal{P}(\vec{k}_e, \vec{k}_{\bar{\nu}}) = \frac{|V_{fi}|^2}{(E_f - E_i)^2 + \Gamma^2} \delta N_e \delta N_{\bar{\nu}}$$

Où δN_e (resp. $\delta N_{\bar{\nu}}$) est le nombre d'états disponible pour l'électron sachant qu'il a une impulsion comprise entre \vec{k}_e et $\vec{k}_e + d^3\vec{k}_e$. Quelle sera le taux de formation dR/dE_e d'électron d'énergie E_e à la fin ? On supposera la largeur $\Gamma^{-1} = \tau/\hbar$ très faible (devant quoi ?).

6) Comment peut on améliorer la description de l'état final de l'électron ? On admet que si l'on prends en compte ces effets alors cela revient à multiplier la probabilité de transition par

$$F(Z, E_0) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \quad \eta = \pm \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\hbar v} .$$

Justifier qualitativement la forme de cette correction. Arrive-t-on à reproduire les courbes expérimentales avec cette théorie ?

7) Tracer $\left(\frac{dR/dE_e}{F(Z, E_e) E_e (E_e^2 - m^2)^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{1}{2}}$. Quelle est la différence entre une masse de neutrino nulle et très faible ?

8) Calculer la durée de vie pour la désintégration β . On donne pour O $\tau \simeq 10^4 s$. Quel est l'ordre de grandeur de la constante de Fermi ? Monter que cette durée de vie varie comme la puissance cinquième de l'énergie cinétique maximale disponible pour le lepton.

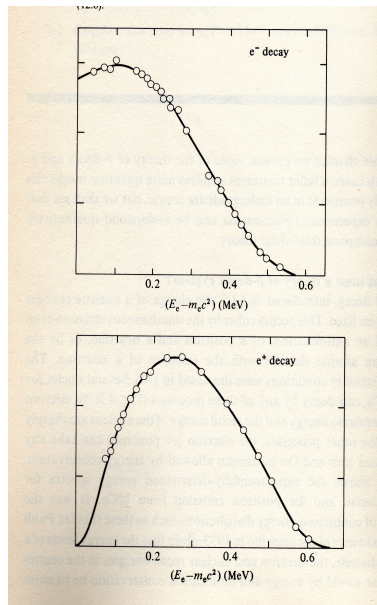


FIG. 1 – Taux de formation d'électron -resp.- positrons lors d'une désintégration beta