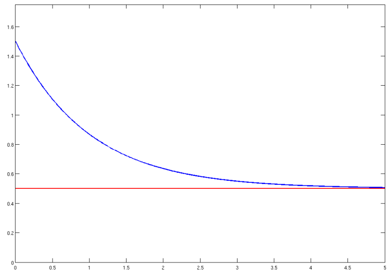
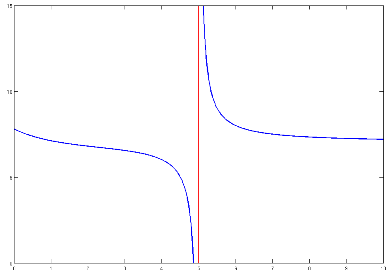
Asymptotes



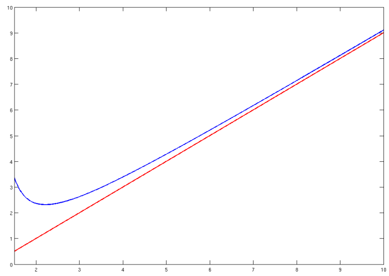
Asymptote horizontale.

La droite d'équation $y = b$ est **asymptote horizontale** à la courbe représentative de la fonction f en ∞ si, lorsque x tend vers l'infini, $f(x)$ s'approche de la valeur finie b. Autrement dit, si $\lim_{x\to\infty} f(x) = b$.



Asymptote verticale.

La droite d'équation $x = a$ est une **asymptote verticale** à la courbe représentative de la fonction f en a si, lorsque x tend vers a, par valeur supérieure et inférieure, la valeur de $f(x)$ s'approche de l'infini. Autrement dit, si $\lim_{x\to a^\pm} f(x) = \infty$.



Asymptote oblique.

La droite d'équation $y = mx + p$, $m \in \mathbb{R}^*$, $p \in \mathbb{R}$, est **asymptote oblique** à la courbe représentative de la fonction f en ∞ si, lorsque x tend vers l'infini, $f(x)$ s'approche de la droite d'équation $y = mx+p$. Autrement dit, si $\lim_{x\to\infty} f(x) - (mx + p) = 0$.

Remarque : Le cas $m = 0$ nous ramène en fait à une asymptote horizontale.

Méthode pour déterminer si une courbe admet une asymptote oblique.

1. On calcule la limite $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$. On a deux possibilités :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \begin{cases} m \in \mathbb{R}^* & \longrightarrow \quad \text{étape 2} \\ \infty & \longrightarrow \quad \text{pas d'asymptote oblique} \end{cases}$$

2. On calcule la limite $\lim_{x\to\infty} f(x) - mx$. On a deux possibilités :

$$\lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \begin{cases} p \in \mathbb{R} & \longrightarrow \quad y = mx + p \text{ est asymptote oblique à la courbe } y = f(x) \text{ en } \infty \\ \infty & \longrightarrow \quad \text{pas d'asymptote oblique} \end{cases}$$