

Analyse élémentaire

Série n° 3 — Calcul intégral

Ex 3.1 – Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^1 (x^3 - 5x^2 + 3) dx, \quad \int_0^1 (2x + 3)(x + 2)^3 dx, \quad \int_1^3 (x + 1/x)^2 dx,$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx, \quad \int_2^0 \sqrt{|1-x|} dx, \quad \int_0^3 3^t dt,$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} t \sin(3t) dt, \quad \int_1^2 x^2 \ln x dx, \quad \int_0^{\pi/2} t^2 \cos t dt.$$

Ex 3.2 – Calculer les intégrales suivantes en utilisant le changement de variable indiqué :

$$\int_0^2 e^{\sqrt{t}} dt \quad (\text{on posera } x = \sqrt{t}), \quad \int_0^1 \frac{2e^x}{e^x + e^{-x}} dx \quad (\text{on posera } u = e^x),$$

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx \quad (\text{on posera } t = \sqrt{\cos x}), \quad \int_1^2 t^3 e^{-t^2} dt \quad (\text{on posera } x = t^2).$$

Ex 3.3 – Calculer $F(x) = \int_2^x \frac{t+1}{t(t-1)(t+2)} dt$ pour $x > 1$ en écrivant

$$\frac{t+1}{t(t-1)(t+2)} = \frac{a}{t} + \frac{b}{t-1} + \frac{c}{t+2}$$

avec des constantes $a, b, c \in \mathbf{R}$ à déterminer.

Ex 3.4 – Calculer $I = \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{\sin^3 t} dt$ en posant $u = \cos t$ et en écrivant

$$\frac{1}{(1-u^2)^2} = \frac{a}{1-u} + \frac{b}{(1-u)^2} + \frac{c}{1+u} + \frac{d}{(1+u)^2}$$

avec des constantes $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ à déterminer.