

Exercices supplémentaires : Intégrales**Exercice 1.** Calculer une primitive des fonctions suivantes

1. e^{4x}
2. $2xe^{x^2}$
3. $x^2e^{x^3}$
4. $(3x^2 + 1)(x^3 + x + 1)^2$
5. $2(x + 1)(\frac{1}{2}x^2 + x)$
6. $\frac{2x}{x^2+3}$
7. $\frac{5x^3}{x^4+7}$
8. $\frac{1}{(x+1)^2}$
9. $\frac{6x^2+4}{(2x^3+4x)^4}$
10. $(\sin x)^2 \cos x$
11. $(\cos x)^3 \sin x$
12. $\frac{\sin x}{\cos x}$
13. $\frac{\sin x}{(\cos x)^2}$

Exercice 2. Calculer une primitive des fonctions suivantes

1. $\frac{2x+2}{(x^2+2x)^3}$
2. $\frac{x}{x^2-1}$ pour $x > 1$
3. $(\sin^2 x - 3 \sin x + 8) \cos x$

Exercice 3. Calculer les intégrales suivantes

1. $\int_0^x \frac{2t+1}{t^2+t+1} dt$

2. $\int_1^e \frac{(\ln t)^5}{t} dt$

3. $\int_2^3 \frac{1}{t \ln t} dt$

4. $\int_0^x \frac{t}{\sqrt{t+1}} dt$

5. $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{3+e^{-t}} dt$ (on pourra faire le changement de variable $u = e^t$)

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$

7. $\int_1^2 x^2 \ln x dx$

Exercice 4. Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'un changement de variables

1. $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx$

2. $\int_1^4 \frac{1-\sqrt{x}}{x} dx$

3. $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos(\sqrt{x}) dx$

Correction de l'exercice 1

1. $\frac{1}{4}e^{4x}$
2. e^{x^2}
3. $\frac{1}{3}e^{x^3}$
4. $\frac{1}{3}(x^3 + x + 1)^3$
5. $(\frac{1}{2}x^2 + x)^2$
6. $\ln(x^2 + 3)$
7. $\frac{5}{4}\ln(x^4 + 7)$
8. $\frac{-1}{x+1}$
9. $\frac{-1}{3}(2x^3 + 4x)^{-3}$
10. $\frac{1}{3}(\sin x)^3$
11. $-\frac{1}{4}(\cos x)^4$
12. $\ln(|\cos x|)$
13. $-\frac{1}{\cos x}$

Correction de l'exercice 2

1. $-\frac{1}{2(x^2+2x)^2}$
2. $\frac{1}{2}\ln(x^2 - 1)$
3. $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{3\sin^2 x}{2} + 8\sin x$

Correction de l'exercice 3

1. $\ln(x^2 + x + 1)$
2. $\frac{1}{6}$
3. $\ln(\ln 3) - \ln(\ln 2)$
4. $2x\sqrt{x+1} - \frac{4}{3}((x+1)^{\frac{3}{2}} - 1)$ (par IPP)
5. $\frac{1}{3}(\ln 7 - \ln 4)$
6. 1
7. $\frac{8}{3}\ln 2 - \frac{7}{9}$

Correction de l'exercice 4

1. $2(\sqrt{e+1} - \sqrt{2})$
2. $2(\ln 2 - 1)$
3. $\pi - 2$