

Séance 2 : Exercices supplémentaires

Domaine de définition, encadrement et limites

Exercice 1.

Donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes

1. $f(x) = \frac{3x+1}{2x^2+x-1}$

2. $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x+1}}$

3. $f(x) = \frac{1}{4-(1-2x)^2}$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$

5. $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x+2}$

6. $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$

7. $f(x) = \frac{x-1}{x^2+|x|-2}$

8. $f(x) = \sqrt{2 - |x|}$

Exercice 2.Donner le domaine de définition de $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2-9x-2}}{x+1}$.**Exercice 3.**Encadrer $x + y$, $x - y$ et xy pour $x \in [-2, 3]$ et $y \in [-1, 4]$.**Exercice 4.**

Donner la limite des fonctions suivantes

1. $f(x) = \frac{\sqrt{9x^2+5x+1}}{2x+1}$ en $+\infty$ et $-\infty$

2. $f(x) = \frac{x-25}{\sqrt{x-5}}$ en 25

3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x^2+3x+1}-2x}$ en $+\infty$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 1} - x$ en $+\infty$

Correction de l'exercice 1

1. $\mathbb{R} \setminus \{-1, \frac{1}{2}\}$
2. $] -\frac{1}{2}, 1]$
3. $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$
4. $] -\infty, 1] \cup [4, +\infty[$.
5. $[\frac{1}{2}, \infty[$.
6. \mathbb{R} .
7. Sur \mathbb{R}^+ , f est définie par $\frac{x-1}{x^2+x-2} = \frac{1}{x+2}$. Le dénominateur ne s'annule pas sur \mathbb{R}^+ , car $x \geq 0$ donc $x+2 > 0$.
Sur \mathbb{R}^- , f est définie par $\frac{x-1}{x^2+x-2} = \frac{x-1}{(x+1)(x-2)}$. Le dénominateur s'annule en -1 .
Le domaine de définition de f est donc $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
8. Sur \mathbb{R}^+ , f est définie par $f(x) = \sqrt{2-x}$, et $2-x \geq 0$ équivaut à $x \leq 2$.
Sur \mathbb{R}^- , f est définie par $f(x) = \sqrt{2+x}$, et $2+x \geq 0$ équivaut à $x \geq -2$.
Le domaine de définition de f est donc $[-2, 2]$.

Correction de l'exercice 2 Le domaine de définition du dénominateur est $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Le domaine de définition du numérateur correspond aux x tels que $5x^2 - 9x - 2 \geq 0$. On calcule le discriminant : $\Delta = 121$. Les deux racines sont $x_1 = 2$ et $x_2 = -\frac{1}{5}$. Le numérateur est positif sur $] -\infty, -\frac{1}{5}] \cup [2, \infty[$. Le domaine de définition de f est donc $] -\infty, -\frac{1}{5}] \cup [2, \infty[\setminus \{-1\}$.

Correction de l'exercice 3 $-3 \leq x+y \leq 7$, $-6 \leq x-y \leq 4$, $-8 \leq xy \leq 12$.

Correction de l'exercice 4

1. $\frac{3}{2}$ en $+\infty$, $-\frac{3}{2}$ en $+\infty$
2. 10
3. $\frac{4}{3}$
4. $\frac{5}{2}$