

Séance 5 : Exercices supplémentaires

Logarithmes népérien

Exercice 1.

1. Exprimer $\ln(72)$ en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(3)$
2. Exprimer $\ln(0.8)$ en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(5)$
3. Exprimer $\ln\left(\sqrt{\frac{1}{18}}\right)$ en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(3)$
4. Montrer que $\ln\left(\frac{32}{343}\right) = 5 \ln(2) - 3 \ln(7)$.

Exercice 2.

Résoudre les équations suivantes

1. $\ln(2x - 3) = \ln(x + 5)$
2. $2 \ln(x - 3) = \ln 4$
3. $\ln\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{1}{2}$
4. $\ln(\sqrt{x}) = 2$
5. $(\ln x)^2 - 5 \ln x + 4 = 0$

Correction de l'exercice 1

1. $\ln(72) = \ln(8 \times 9) = \ln(8) + \ln(9) = 3 \ln(2) + 2 \ln(3)$
2. $\ln(0.8) = \ln \frac{8}{10} = \ln 8 - \ln 10 = 3 \ln 2 - \ln 2 - \ln 5 = 2 \ln 2 - \ln 5$
3. $\ln \left(\sqrt{\frac{1}{18}} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{18} = \frac{1}{2} (\ln 1 - \ln 18) = -\frac{1}{2} \ln(2 \times 9) = -\frac{1}{2} (\ln 2 + 2 \ln 3)$
4. $\ln \left(\frac{32}{343} \right) = \ln \left(\frac{2^5}{7^3} \right) = 5 \ln 2 - 3 \ln 7$

Correction de l'exercice 2

1. Cela revient à résoudre $2x - 3 = x + 5$, donc $x = 8$.
2. Cela revient à résoudre $2 \ln(x - 3) = 2 \ln 2$, donc $x - 3 = 2$, $x = 5$
3. $\frac{x}{3} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$, donc $x = 3\sqrt{e}$
4. $\sqrt{x} = e^2$ donc $x = (e^2)^2 = e^4$
5. On pose $y = \ln x$, cela revient à résoudre $y^2 - 5y + 4 = 0$. $\Delta = 9$, $y_1 = 1$, $y_2 = 4$ donc $\ln x = 1$ ou $\ln x = 4$, $x = e$ ou $x = e^4$.