Contrôle 3
(MIASHS)
(PC-SV)

27/11/2015

Exercice 1 :

1) $f(t) = te^{2t^2}$

f est de la forme $u'e^u$, avec $\begin{cases} u(t) = 2t^2 \\ u'(t) = 4t \end{cases}$. Donc une primitive de f est

$$\boxed{F(t) = \frac{1}{4} e^{2t^2} + C}$$

2) $g(s) = s^2 \sin(s^3+1)$

g est de la forme $u' \sin u$, avec $\begin{cases} u(s) = s^3+1 \\ u'(s) = 3s^2 \end{cases}$. Donc une primitive de g est

$$\boxed{G(s) = -\frac{1}{3} \cos(s^3+1) + C}$$

Exercice 2 :

$$I = \int_1^e x^3 \ln x \, dx$$

On fait une IPP avec

$$\begin{cases} u'(x) = x^3 & \longrightarrow u(x) = \frac{x^4}{4} \\ v(x) = \ln x & \longrightarrow v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

Aussi,

$$I = \int_1^e x^3 \ln x \, dx = \left[\frac{x^4}{4} \ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{x^4}{4} \times \frac{1}{x} \, dx$$

$$= \left(\frac{e^4}{4} \ln e - \frac{1}{4} \underbrace{\ln 1}_{0}\right) - \frac{1}{4} \int_1^e x^3 \, dx$$

$$= \frac{e^4}{4} - \frac{1}{4} \left[\frac{x^4}{4}\right]_1^e$$

$$= \frac{e^4}{4} - \frac{1}{16}(e^4 - 1)$$

$$\frac{4e^4 - e^4}{16} + \frac{1}{16}$$

$$\boxed{I = \frac{3}{16} e^4 + \frac{1}{16}}$$

Exercice 3 : (Bonus)

Calculons $\int_0^1 t e^{4t} dt$:

On pose $x = e^t$ donc $\begin{cases} t = \ln x \\ dt = \frac{1}{x} dx \end{cases}$. On a donc

$$\int_0^1 t e^{4t} dt = \int_0^1 t (e^t)^4 dt = \int_{e^0}^{e^1} \ln x \times x^4 \times \frac{1}{x} \, dx = \int_1^e x^3 \ln x \, dx = I.$$

Donc

$$\boxed{\int_0^1 t e^{4t} dt = I = \frac{3}{16} e^4 + \frac{e}{16}}$$