23/11/2015

Contrôle 3
(SV - PC)
(STE - PC)

Exercice 1 :

1) $f(t) = -t^2 e^{2t^3}$

f est de la forme $u'e^u$, avec $\begin{cases} u(t) = 2t^3 \\ u'(t) = 6t^2 \end{cases}$. Donc une primitive de f est

$$\boxed{F(t) = -\frac{1}{6} e^{2t^3} + C}$$

2) $g(s) = s\cos(s^2-1)$

g est de la forme $u'\cos u$, avec $\begin{cases} u(s) = s^2-1 \\ u'(s) = 2s \end{cases}$. Donc une primitive de g est

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{2}\sin(s^2-1) + C}$$

Exercice 2 :

$$I = \int_0^1 x e^{3x}$$

On fait une IPP avec

$$\begin{cases} u'(x) = e^{3x} & \rightarrow u(x) = \frac{1}{3}e^{3x} \\ v(x) = x & \rightarrow v'(x) = 1 \end{cases}$$

Aussi,

$$\begin{aligned} I = \int_0^1 x e^{3x} &= \left[\frac{1}{3} x e^{3x}\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{3} e^{3x} dx \\ &= \left(\frac{1}{3}e^3 - 0\right) - \frac{1}{3}\left[\frac{1}{3}e^{3x}\right]_0^1 \\ &= \frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{9}\left(e^3 - e^0\right) \\ &= \frac{3e^3 - e^3}{9} + \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\boxed{I = \frac{2}{9}e^3 + \frac{1}{9}}$$

Exercice 3 : (Bonus)

Calculons $\int_1^e t^2 \ln t \, dt$:

On pose $x = \ln t$ donc $\begin{array}{|l} t = e^x \\ dt = e^x dx \end{array}$. On a donc

$$\int_1^e t^2 \ln t \, dt = \int_{\ln 1}^{\ln e} (e^x)^2 \times x \times e^x dx = \int_0^1 x (e^x)^3 dx = \int_0^1 x e^{3x} dx = I$$

Donc

$$\boxed{\int_1^e t^2 \ln t \, dt = I = \frac{2}{9}e^3 + \frac{1}{9}}$$