

MATH 226-b – DM

15/04/2016

A rendre le : 29/04/2016

Exercice 1. Terminer la feuille 6 bis.**Exercice 2.** On considère l'application linéaire

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x + y + z \\ -6x + 4y + 2z \\ 3x - y + z \end{pmatrix}$$

1. Déterminer la matrice A de f dans la base canonique de \mathbb{R}^3 .
2. Calculer A^2 . En déduire une relation en A et A^2 .
3. Qu'en déduit-on sur f ?

Exercice 3. Soit $M = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. On note $\mathcal{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ la base canonique

de \mathbb{R}^3 et $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ une autre base de \mathbb{R}^3 .

Et soit $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'application linéaire dont la matrice dans la base \mathcal{C} est M .

1. L'application g est-elle un isomorphisme ? Si oui, calculer g^{-1} .
2. En déduire l'inverse M^{-1} de M .
3. Donner les matrices $mat_{\mathcal{C},\mathcal{C}}(g)$, $mat_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(g)$ et $mat_{\mathcal{C},\mathcal{B}}(g)$.
4. Ecrire les matrices de passage de \mathcal{B} à \mathcal{C} et de \mathcal{C} à \mathcal{B} .
5. En utilisant la formule de changement de base, en déduire $mat_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(g)$.