

TD02 - Temps Polynomial

Exercice 1.PRIMES est dans NP¹.

1. PRIMES est-il dans Co-NP ? dans P ?

Un entier n est dit premier si et seulement si il existe un nombre a dans $[1, n - 1]$ tel que

- $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$
- $\forall q \in \mathbb{P} : q|(n-1), a^{n-1/q} \not\equiv 1 \pmod{n}$

 On montrera que cette définition correspond à la définition usuelle de nombre premier si on s'ennuie à la fin du TD.

3. Avec cette définition, montrer que PRIMES est dans NP.

Exercice 2.Machines de Turing universelles².

1. Rappeler le fonctionnement d'une machine de Turing universelle pour les machines à un ruban.
2. Expliquer comment simuler une machine de Turing à k rubans sur une machine à un seul ruban en temps $O(T^2)$.
3. Expliquer comment simuler une machine de Turing à k rubans sur une machine à un seul ruban en temps $O(T \cdot \log T)$.

Exercice 3.Machine de Turing oblivious³.Une machine de Turing est dite oblivious si la position de la tête de lecture à l'instant i sur une entrée x ne dépend que de i et de $|x|$.

1. Montrer que tout langage dans $\text{DTIME}(T(n))$ est reconnu par une machine oblivious fonctionnant en temps $O(T(n)^2)$.

¹On n'utilisera pas l'algorithme AKS pour répondre aux questions suivantes...

²La plus petite MTU a 2 états et 3 symboles.

³"Oublieuse", ou à lecture insensible aux données.