Partiel – Complexité descriptive et théorie des modèles finis — Natacha Portier
mardi 18 novembre 2003

Documents autorisés : notes de cours et de TD, pas de livre
N'oubliez pas de rédiger !

QUESTION 1. – Si $\mathcal{A}$ est un ensemble ordonné fini et l un entier, $\lhd^l \mathcal{A}$ désigne l'union disjointe ordonnée de l copies de $\mathcal{A}$. Considérons le langage relationnel constitué de la relation binaire $<$. Montrer que dans ce langage, pour tous les entiers $m \geq 1$ et $l, k > 2^m$ et tout ensemble ordonné $\mathcal{A}$, on a $\lhd^l \mathcal{A} \cong_m \lhd^k \mathcal{A}$.

QUESTION 2. – Montrer le théorème suivant (Trahtenbrot) en utilisant une réduction du problème de l'arrêt :

Théorème 1 *Il existe un vocabulaire τ tel que l'ensemble suivant ne soit pas décidable :*
$Sat[\tau] = \{\varphi | \varphi$ *est un énoncé du premier ordre sur le vocabulaire τ satisfiable par un modèle fini*$\}$

QUESTION 3. – Soit p un réel strictement compris entre 0 et 1 et τ un vocabulaire relationnel. On construit une structure $\mathcal{A}$ de cardinal n sur τ de la manière suivante : pour tout symbole R de τ d'arité m et tout uple $i_1 ... i_m$ de A, $i_1 ... i_m \in R$ avec probabilité p. Soit $l_n(\varphi)$ la probabilité qu'une formule φ soit satisfaite par une structure de cardinal n. Calculer pour tout axiome d'extension φ la limite éventuele de $l_n(\varphi)$.