Probabilités et applications à l'algorithmique
TD numéro 11 : la ruine du joueur
Natacha Portier
lundi 29 avril avril 2002

Question 1 : petit capital et barrière absorbante

On considère le problème suivant : un joueur possédant 1 euro joue contre un casino dont la fortune est supposée infinie. À chaque coup il a une chance sur deux de gagner un euro et une chance sur deux de le perdre. Il s'arête quand il ne lui reste plus rien. Calculer la fonction génératrice du nombre total de coups qu'il joue. En déduire la probabilité de s'arrêtter en k coups et l'espérance du nombre de coups joués.

Question 2 : grand capital et barrière absorbante

Mêmes questions en partant d'un capital de N euros.

Question 3 : deux barrières absorbantes

Raymond joue contre Isabelle. La somme de leurs fortunes vaut a. Le jeu s'arrête lorsqu'un des deux est ruiné.

Question 3,1 : qui gagne ?

On veut calculer les probabilités de victoire r_z et i_z de Raymond et d'Isabelle en supposant que Raymond commmence avec un capital z. Donner une formule de récurrence et la résoudre.

Question 3,2 : combien de temps dure le jeu ?

Supposons que la durée moyenne d'un jeu D_z soit finie. Donner une relation de récurrence et la résoudre.

Question 3,3 : fonction génératrice du nombre de coups de la partie

Soit $U_z(s)$ la fonction génératrice du nombre de coups joués avant la ruine d'un des joueurs en supposant que Raymond commence avec un capital z. Donner une relation de récurrence et la résoudre.