Les modèles numériques en hydrologie et en hydraulique

V. Guinot
Université Montpellier 2
Maison des Sciences de l'Eau
34095 Montpellier Cedex 5
guinot@msem.univ-montp2.fr

Ecole Doctorale Mathématiques et Informatique Fondamentale de Lyon, 17 juin 2003

1. L’hydrologie et l’hydraulique

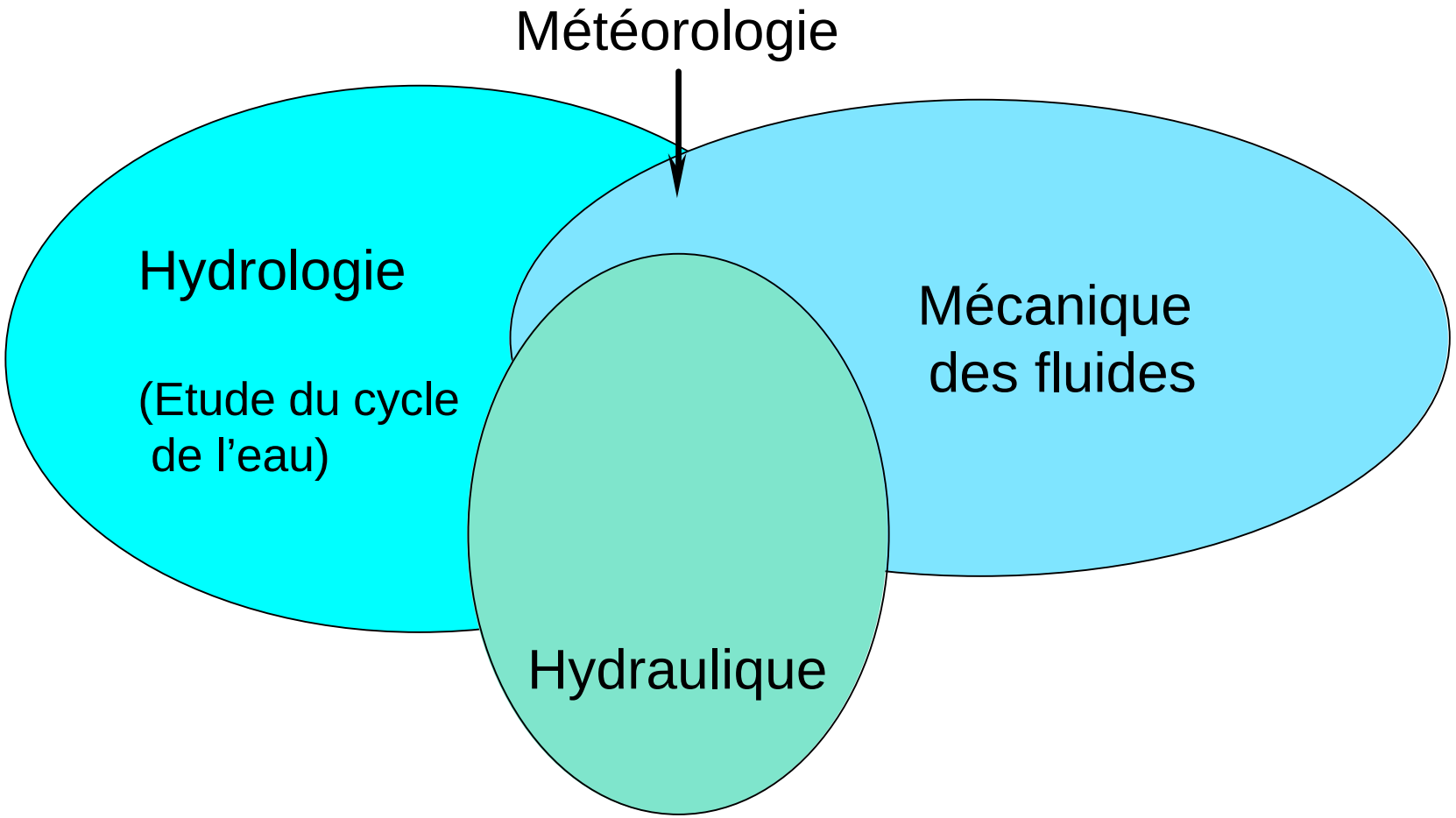
2. Qu’est-ce qu’un modèle hydrologique/hydraulique ?

3. Les différents types de modèles

4. Les modèles « mécanistes »
   - Modèles 1D, 2D, 3D
   - Mise en oeuvre
   - Exemples
   - Les apports des mathématiques et de l’informatique

5. Les problèmes
   - Les techniques numériques
   - La caractérisation des paramètres
   - La validité des modèles, la connaissance des phénomènes !!!

1. L’hydrologie et l’hydraulique



1. L’hydrologie et l’hydraulique

Hydrologie: problèmes & questions liés à l’évolution des ressources en eau (quantité, répartition, évolution)

Ex.:

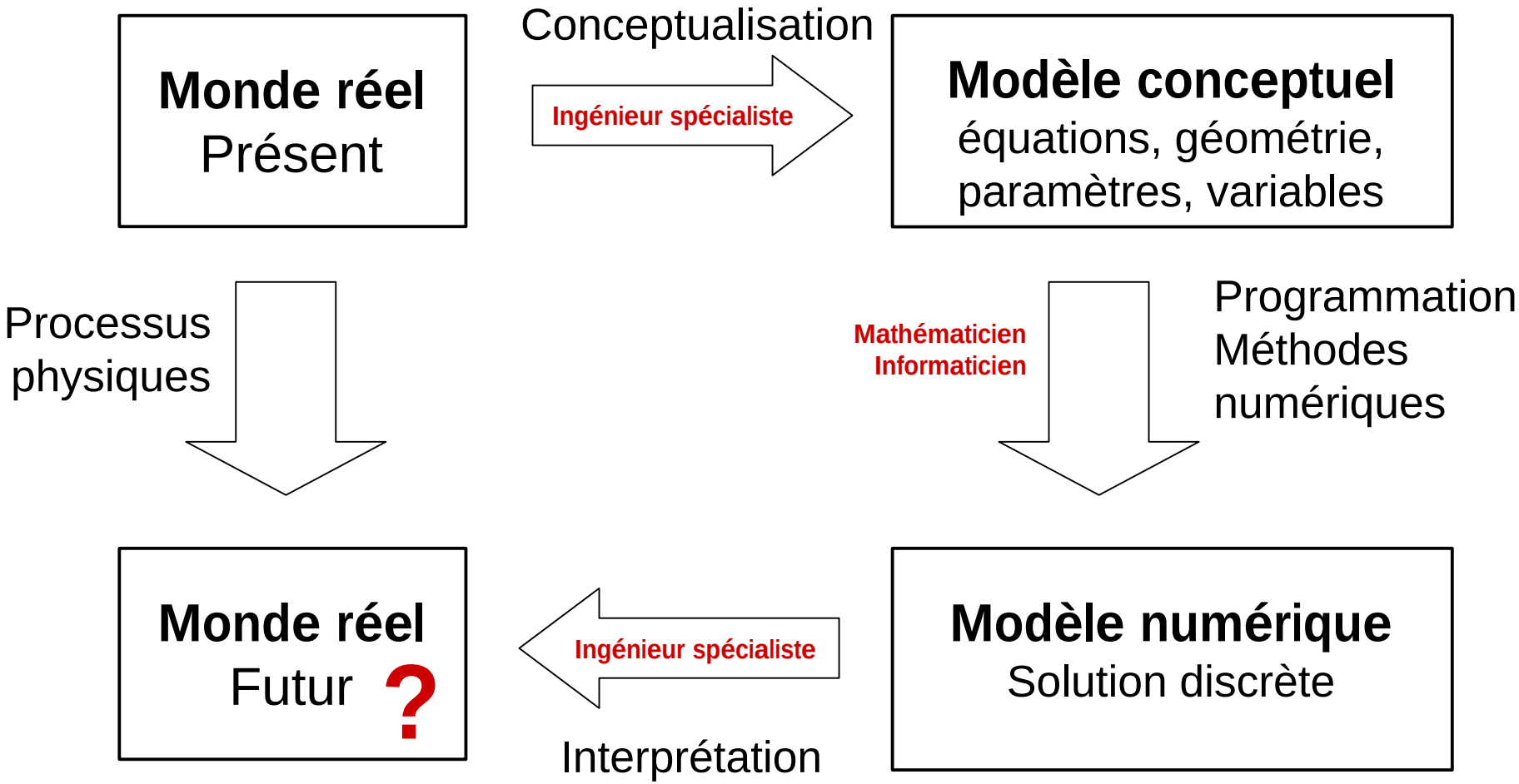
- Evénements pluvieux extrêmes ➔ crues
- Conséquences de scénarios climatiques
- Impact de déforestations, de pratiques agricoles, etc.

Hydraulique: problèmes & questions liés à l’eau « canalisée »

Ex.:

- Calcul d’ouvrages (canaux, vannes, pompes, barrages)
- Réseaux (d’assainissement, d’adduction d’eau)
- Propagation de crues
- Qualité des eaux (pollution naturelle ou artificielle)

2. Qu'est-ce qu'un modèle hydrologique/hydraulique ?



3. Les différents types de modèle

Boîte noire (« Black Box » ou « Data-Driven » en anglais)

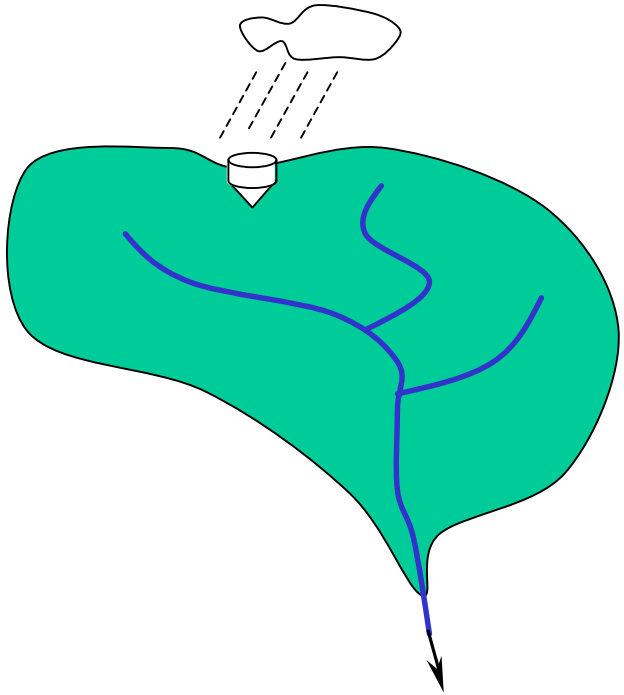
Conceptuel

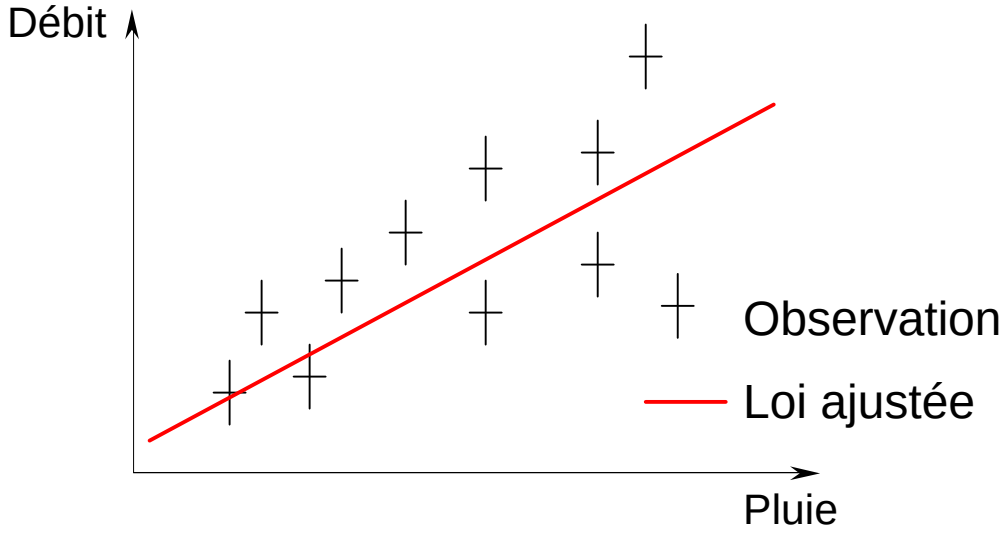
Mécaniste

3. Les différents types de modèle

Boîte noire (« Black Box » ou « Data-Driven » en anglais)

- On ne cherche pas à identifier ou à comprendre les mécanismes
- On ajuste des fonctions de transfert entre variables d'entrée et variables de sortie





3. Les différents types de modèle

Boîte noire (« Black Box » ou « Data-Driven » en anglais)

Avantages

- réseau de mesures minimal (longues séries temporelles, mais en peu de points)
- nombre d'outils disponibles (régression, réseaux de neurones, Fourier, ondelettes, théorie du chaos)
- modèles très rapides (important pour le temps réel!)

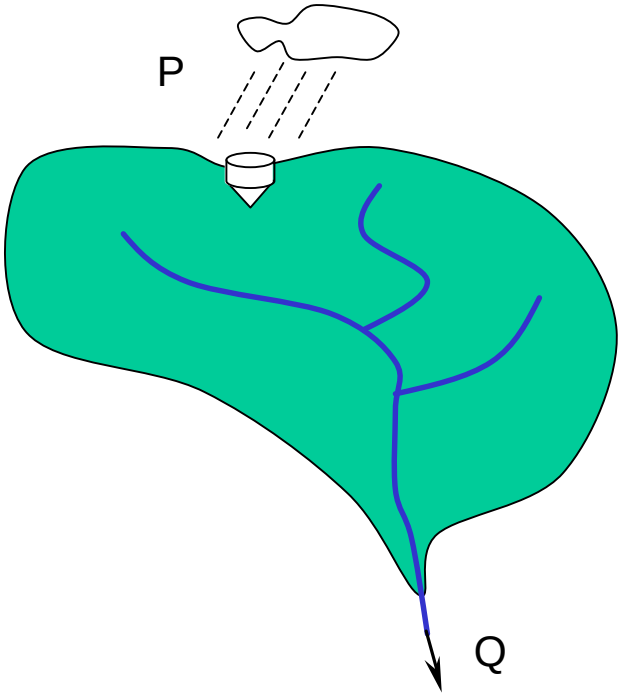
Inconvénients

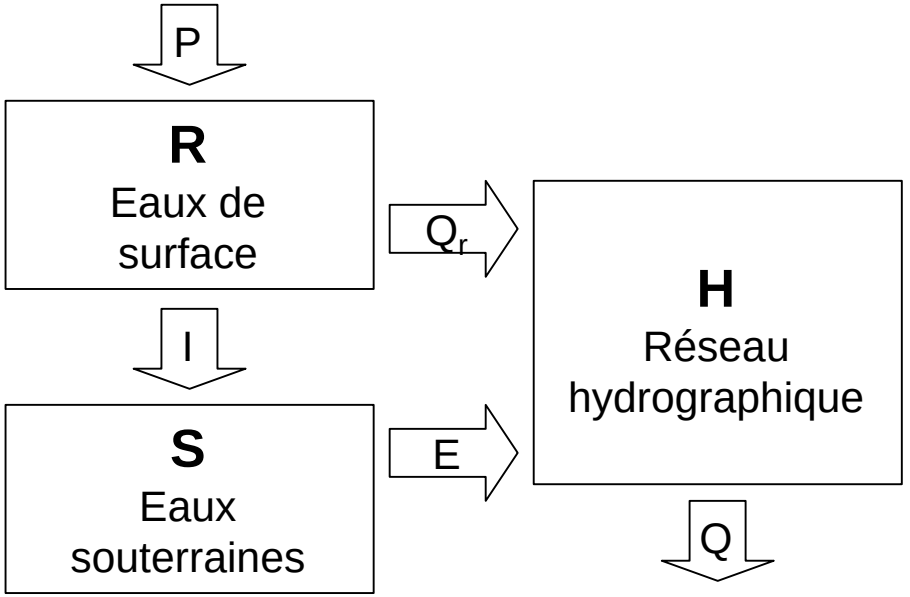
- prédictivité parfois douteuse (*Ex.* Fourier pour la prévision des débits!)
- les paramètres de la fonction de transfert n'ont généralement pas de signification physique
- si la physique change, *il faut tout recommencer de zéro !!!*

3. Les différents types de modèle

Conceptuel

- le système étudié est représenté sous forme de compartiments
- ces compartiments échangent des flux

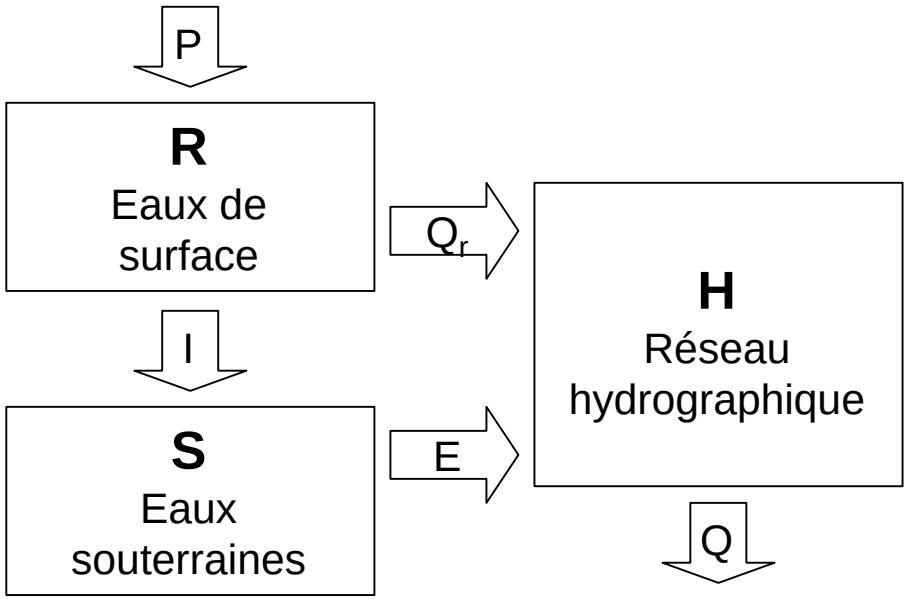




3. Les différents types de modèle

Conceptuel

- bilans de masse sur les compartiments ➔ système d'EDOs d'ordre 1
- en général: résolution numérique (Euler, RK2, RK4)



$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = P(t) - I(R,S,t) - Q_r(H,R,t) \\ \dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = I(R,S,t) - E(H,S,t) \\ \dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = E(H,S,t) + Q_r(H,R,t) - Q(H,t) \end{cases}$$

3. Les différents types de modèle

Conceptuel

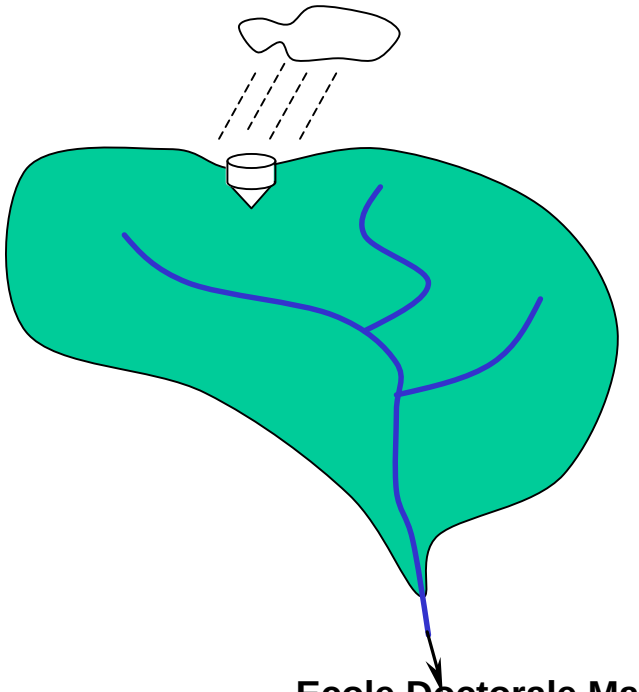
Avantages
- nombre de compartiments limité ➔ réseau de mesure minimal
- modèles rapides (temps réel)

Inconvénients
- les paramètres n'ont pas toujours une signification physique
- ils doivent être « calés » (= ajustés) sur la base des mesures
- si la physique change, *il faut tout recommencer de zéro !!!*

3. Les différents types de modèle

Mécaniste

- le système étudié obéit à des principes de conservation universels (masse, QdM, énergie, *etc.*) complétés par quelques lois empiriques (frottement, rhéologie, *etc.*)
- les paramètres et les variables sont des fonctions de l'espace et du temps ➔ EDPs résolues numériquement



$$\begin{cases} \dfrac{\partial A}{\partial t} + \dfrac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{Q^2}{A} + \int_A p \mathrm{d}A \right) = (S_0 - S_f) g + I \end{cases}$$

(équations de Saint Venant pour les écoulements en rivière)

3. Les différents types de modèle

Mécaniste

Avantages

- domaine de validité des lois très étendu
- nécessité de calage moindre
- possibilité de prendre en compte les modifications de la physique du bassin ➔ études d'impact

Inconvénients

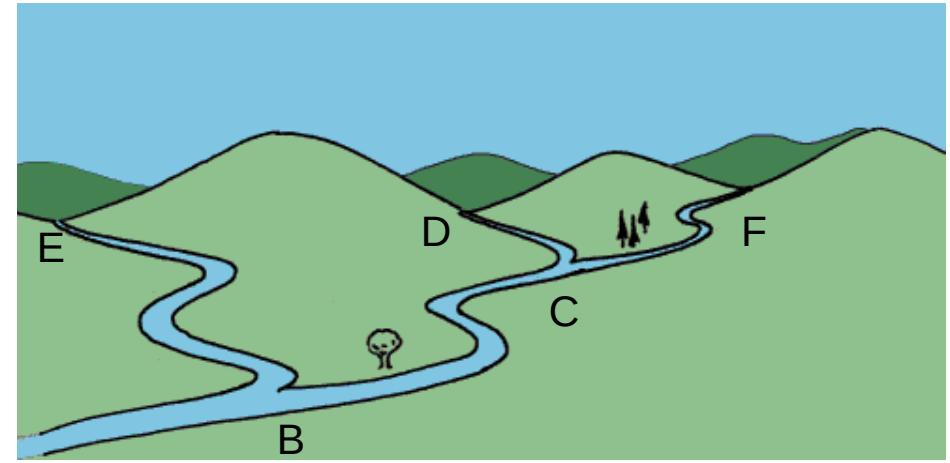
- description fine de la géométrie et des paramètres ➔ réseau de mesures dense
- modèles lents ➔ souvent impossibles à utiliser en temps réel ➔ bases de scénarios (~ bases de données)

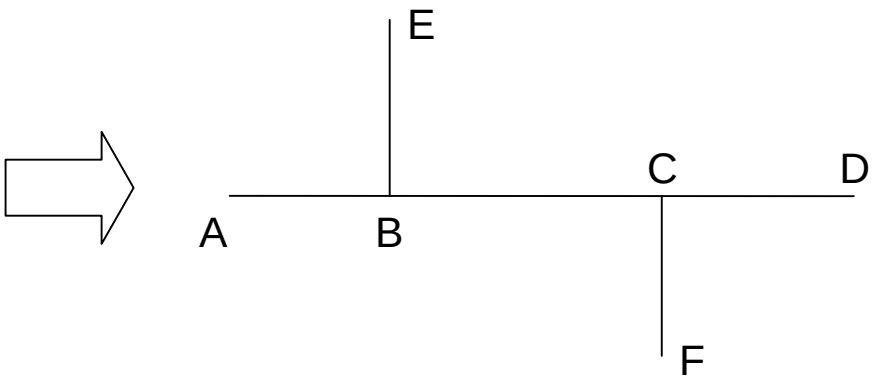
4. Les modèles mécanistes

Modèles 1D, 2D, 3D

Modèle 1D:

- on privilégie une dimension d'espace par rapport aux deux autres (Ex: modèles de rivière, de réseaux de conduites)
- on calcule des quantités moyennes sur une section en travers



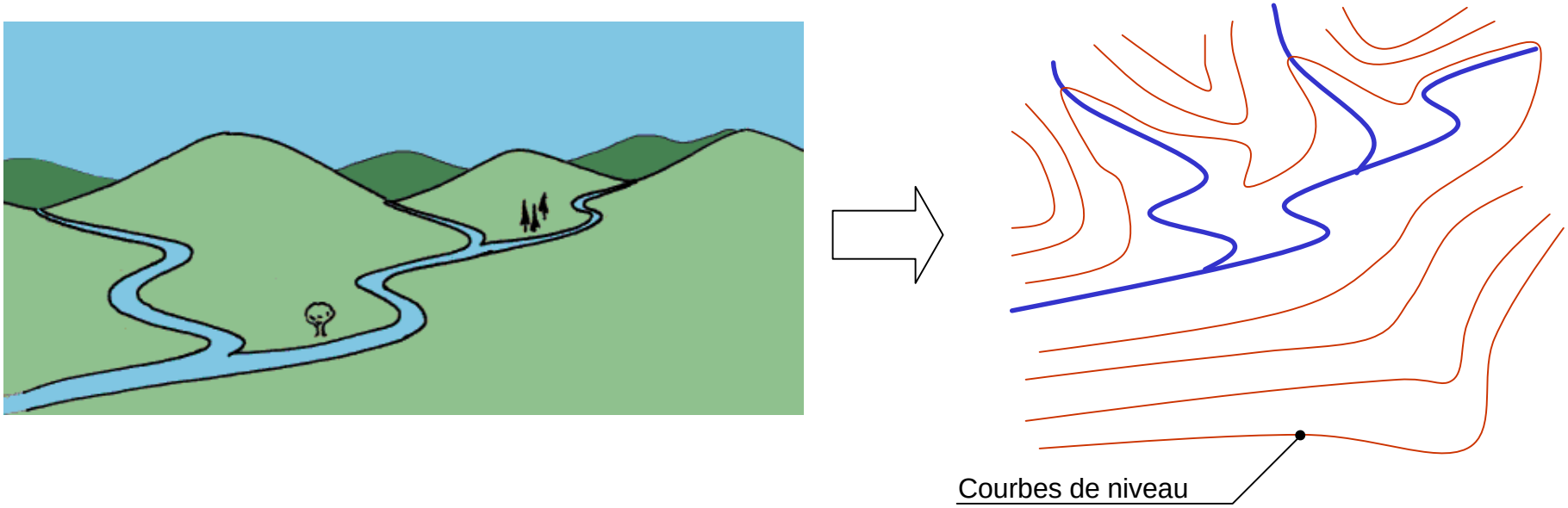


4. Les modèles mécanistes

Modèles 1D, 2D, 3D

Modèle 2D:

- on privilégie deux dimension d'espace (*Ex*: plaines d'inondation, modèles maritimes)
- on calcule des quantités moyennes sur la verticale

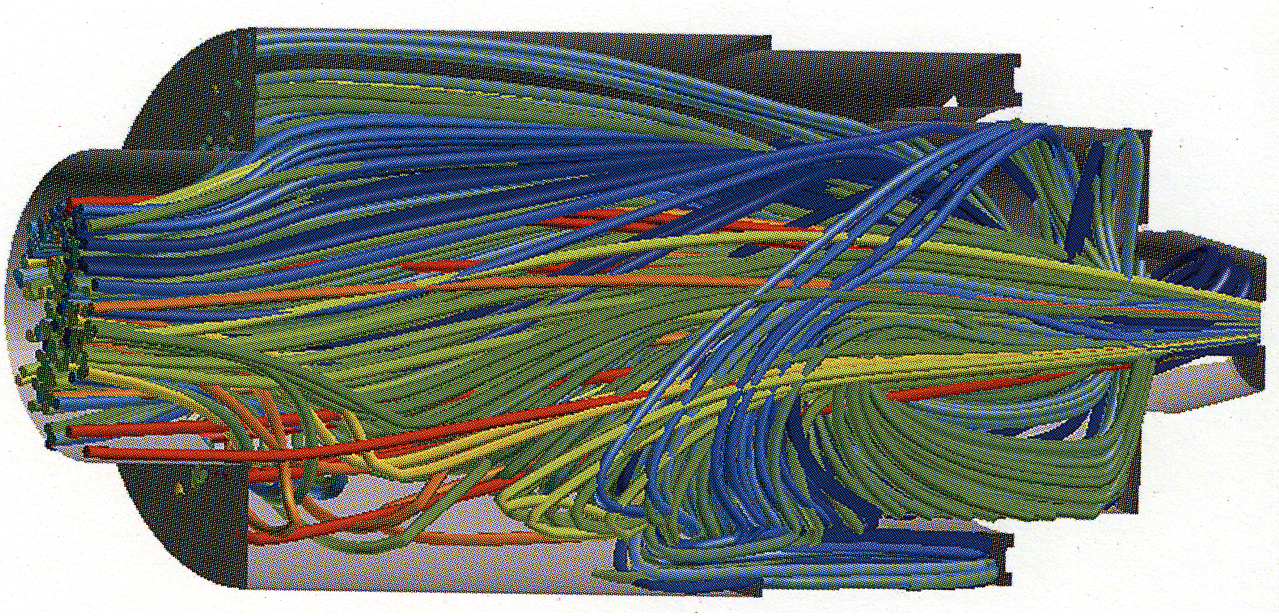


4. Les modèles mécanistes

Modèles 1D, 2D, 3D

Modèle 3D:

- les paramètres et les variables sont des fonctions des 3 directions de l'espace (*Ex*: plaines d'inondation, modèles maritimes, modèles détaillés de circuits hydrauliques)
- Très peu de lois empiriques (par rapport au 1D et 2D)



4. Les modèles mécanistes

Modèles 1D, 2D, 3D

Plus un modèle a de dimensions:

- moins il a de paramètres,
- plus ceux-ci sont difficiles à ajuster
- plus la géométrie et les conditions aux limites sont importantes

➔ Problèmes pour les bureaux d'études !!!

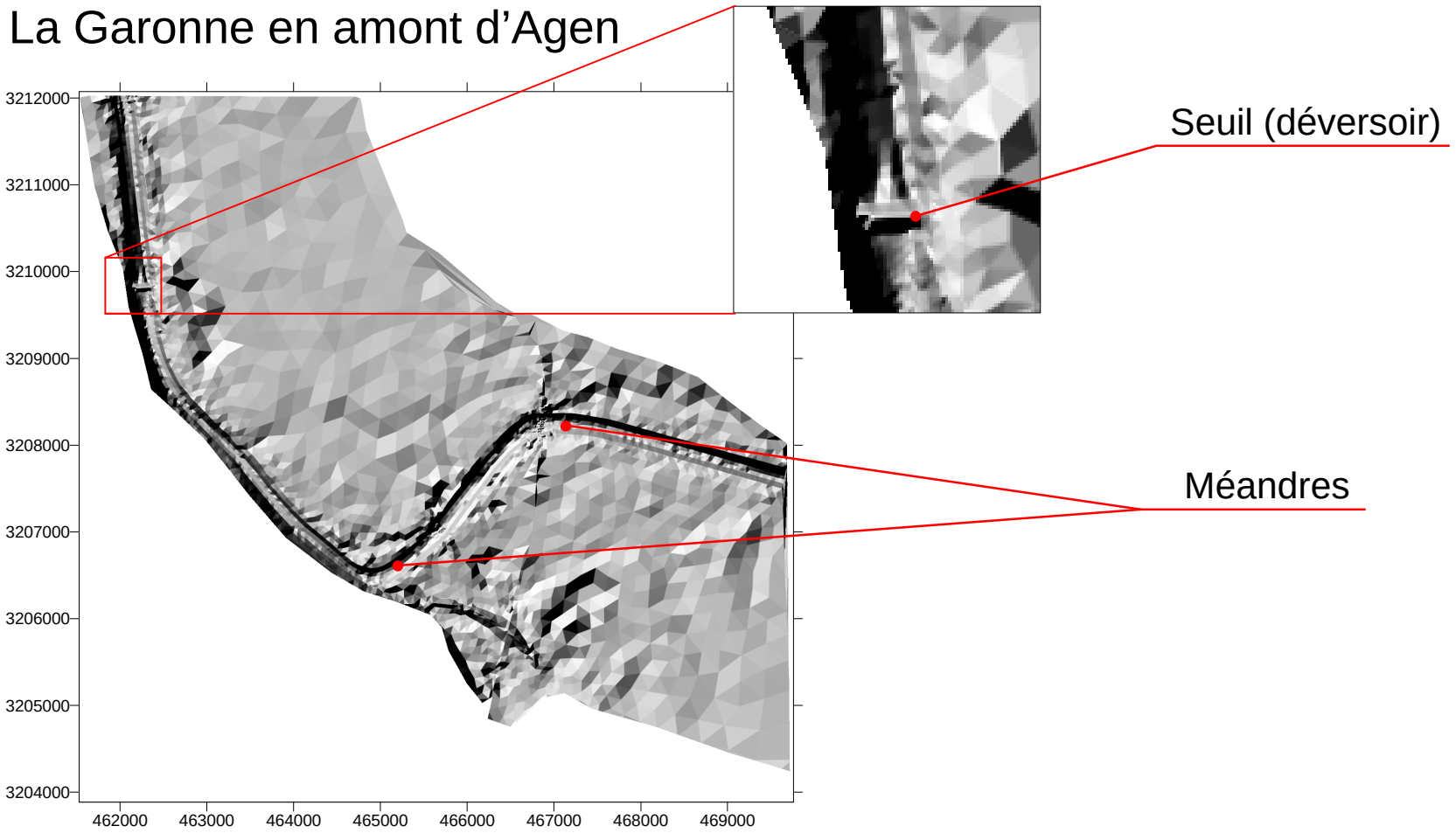
➔ Les paramètres n'ont pas toujours la même signification suivant le nombre de dimensions du modèle !

Exemple: les lois de frottement pour les modèles de rivière

4. Les modèles mécanistes

Modèles 1D, 2D, 3D

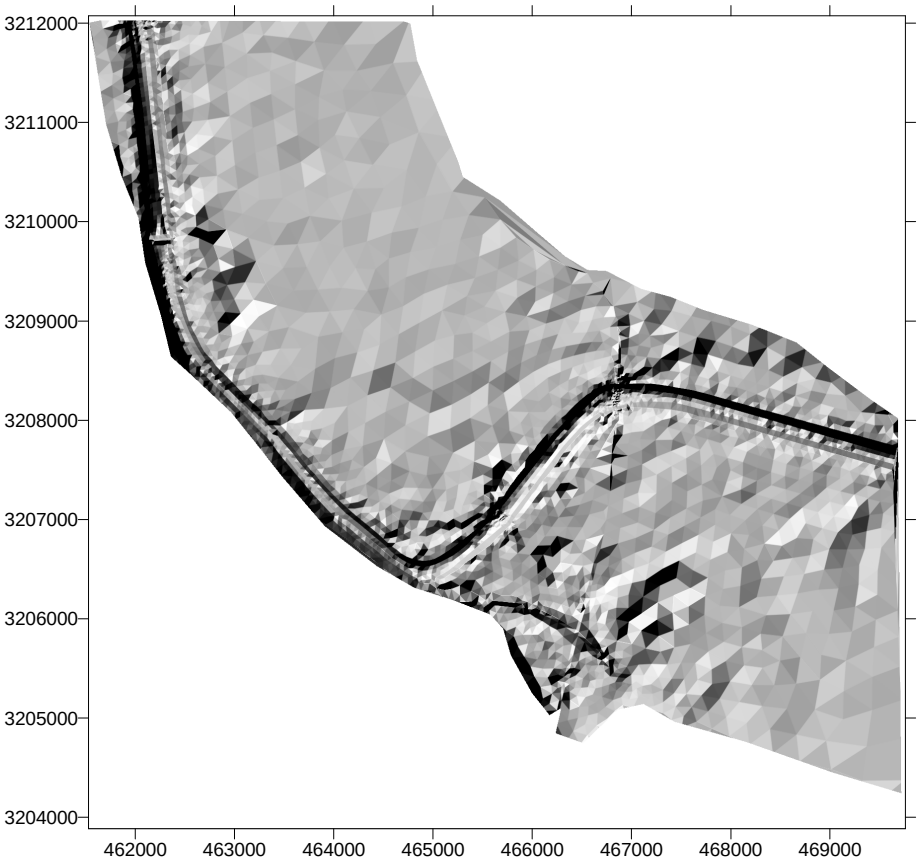
La Garonne en amont d'Agen



4. Les modèles mécanistes

Modèles 1D, 2D, 3D

La Garonne en amont d'Agen



Le modèle 1D ne « voit » pas les méandres
➔La courbure doit être prise en compte dans le coefficient de frottement

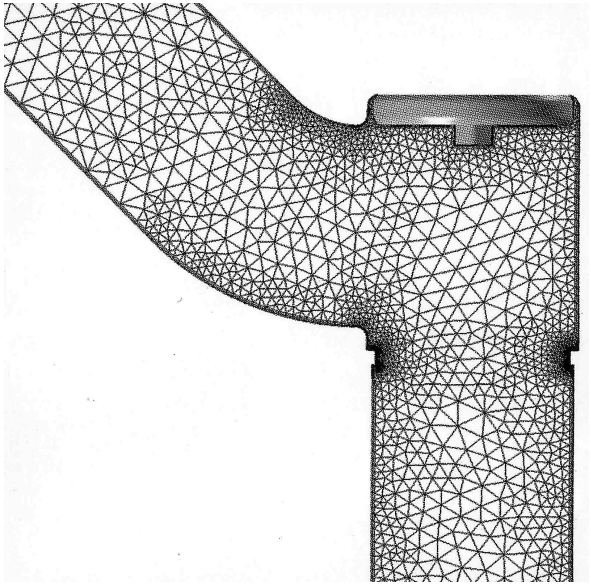
Le modèle 2D « voit » les méandres
➔Inutile de prendre en compte la courbure dans le coefficient de frottement

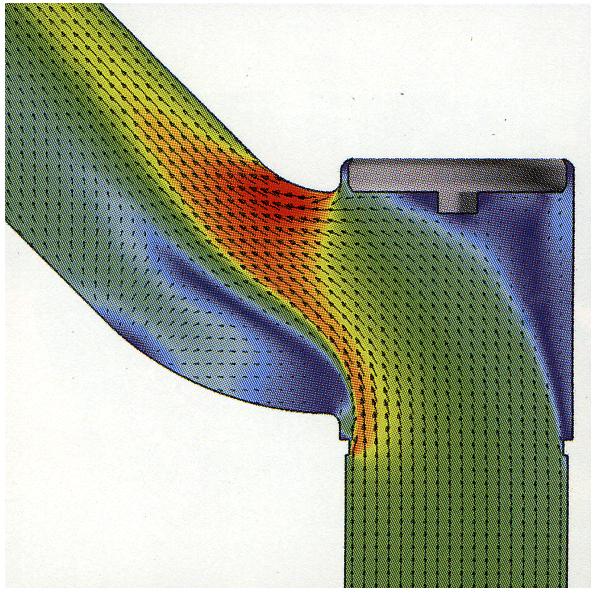
➔ **Le coefficient de frottement du modèle 2D est plus faible que celui du modèle 1D !!!**
(il ne signifie pas la même chose)

4. Les modèles mécanistes

Mise en oeuvre

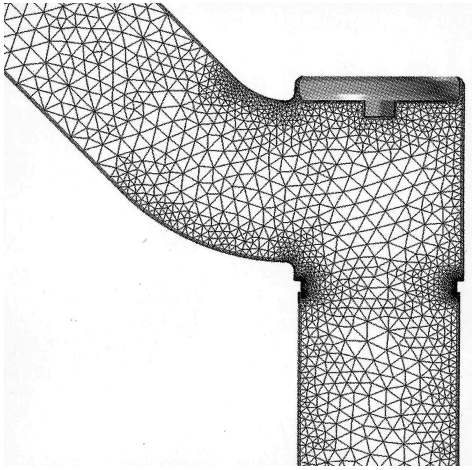
1. Discrétisation du domaine d'étude (maillage)
2. Discrétisation des équations
3. Résolution des équations discrétisées (solution numérique)
4. Interpolation des résultats sur le maillage

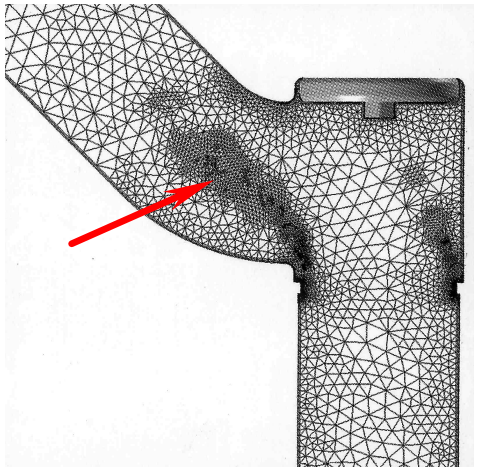


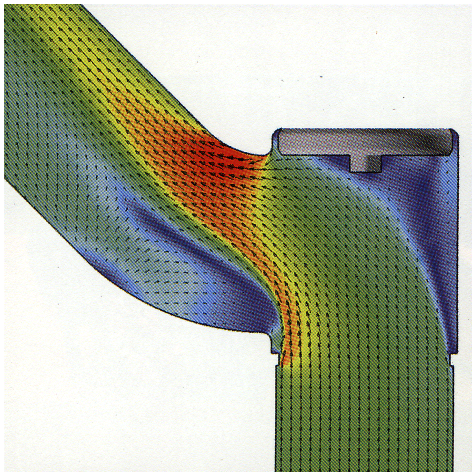


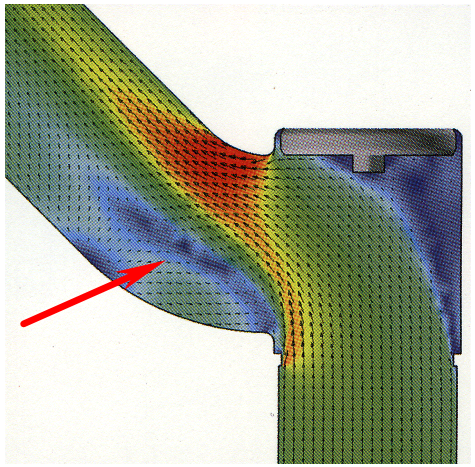
4. Les modèles mécanistes

La qualité de la discrétisation conditionne celle du résultat !



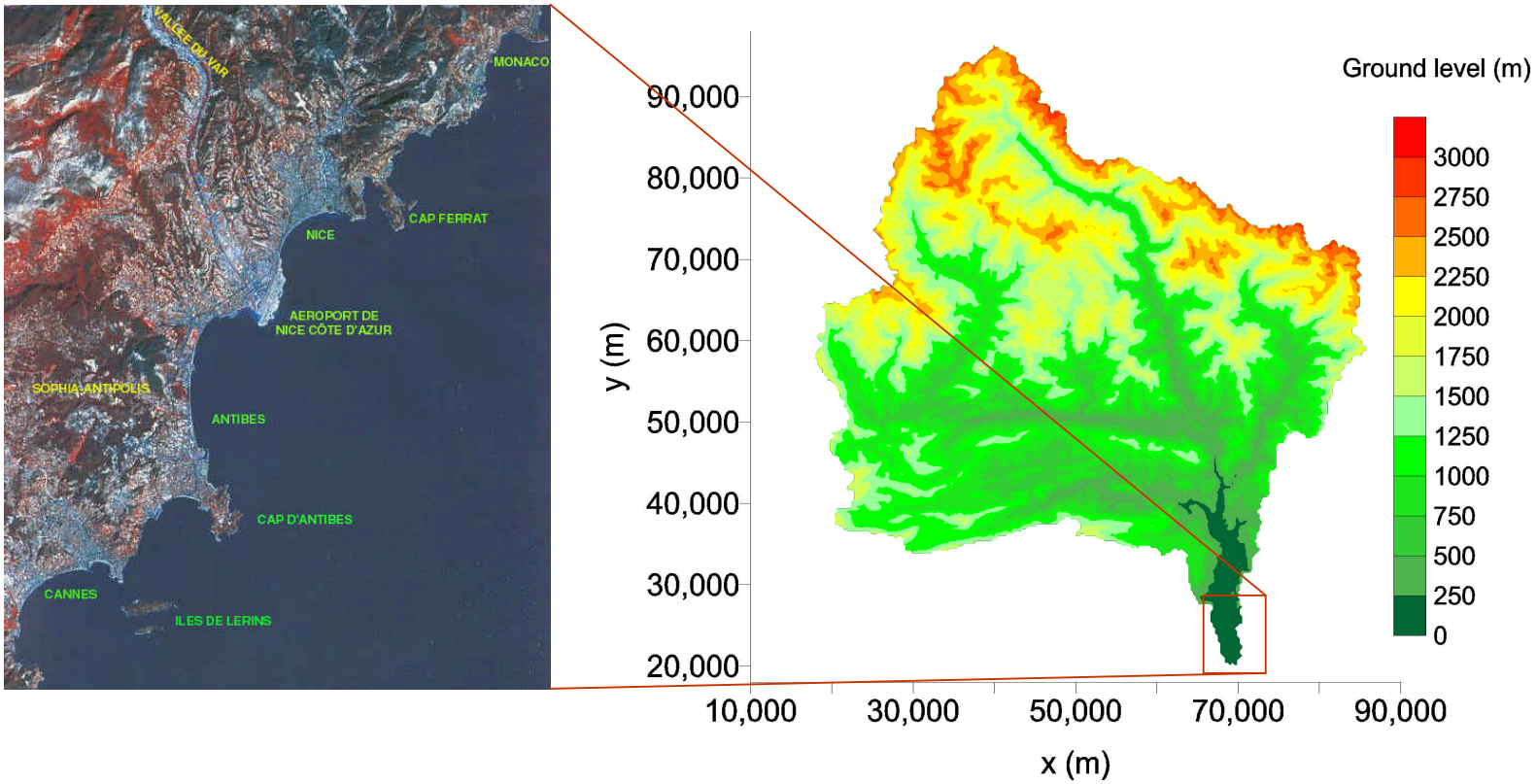






4. Les modèles mécanistes

Exemple: modélisation des crues extrêmes sur le bassin du Var (novembre 1994)



4. Les modèles mécanistes

Exemple: modélisation des crues extrêmes sur le bassin du Var (novembre 1994)

- 3-4 novembre: pluie modérée mais ininterrompue ➔ saturation progressive des sols
- 5 novembre: pluie intense, généralisée à l'ensemble du bassin ➔ ruissellement intense ➔ inondation (plaine, aéroport, …)

4. Les modèles mécanistes

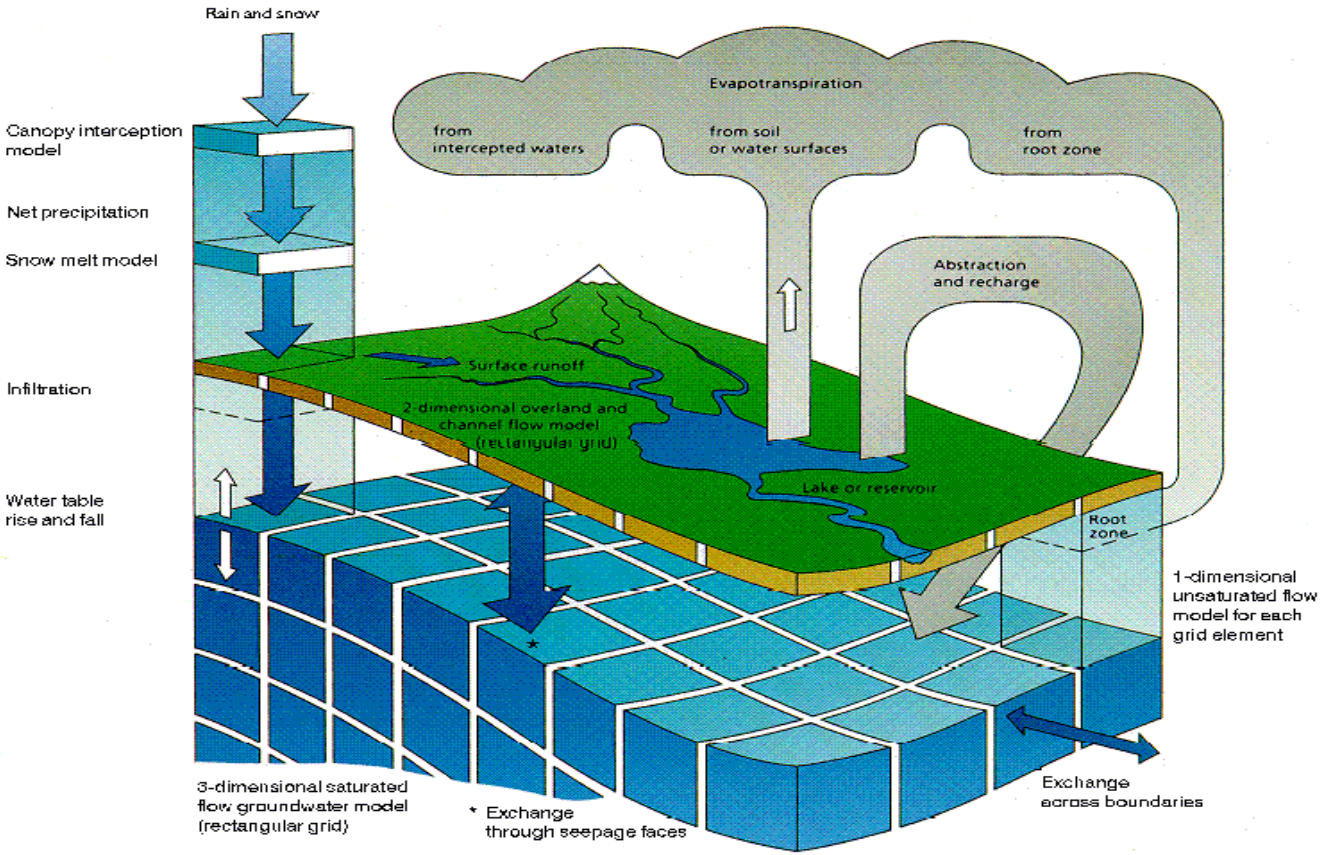
Exemple: modélisation des crues extrêmes sur le bassin du Var (novembre 1994)

- 3-4 novembre: pluie modérée mais ininterrompue ➔ saturation progressive des sols
- 5 novembre: pluie intense, généralisée à l'ensemble du bassin ➔ ruissellement intense ➔ inondation (plaine, aéroport, …)

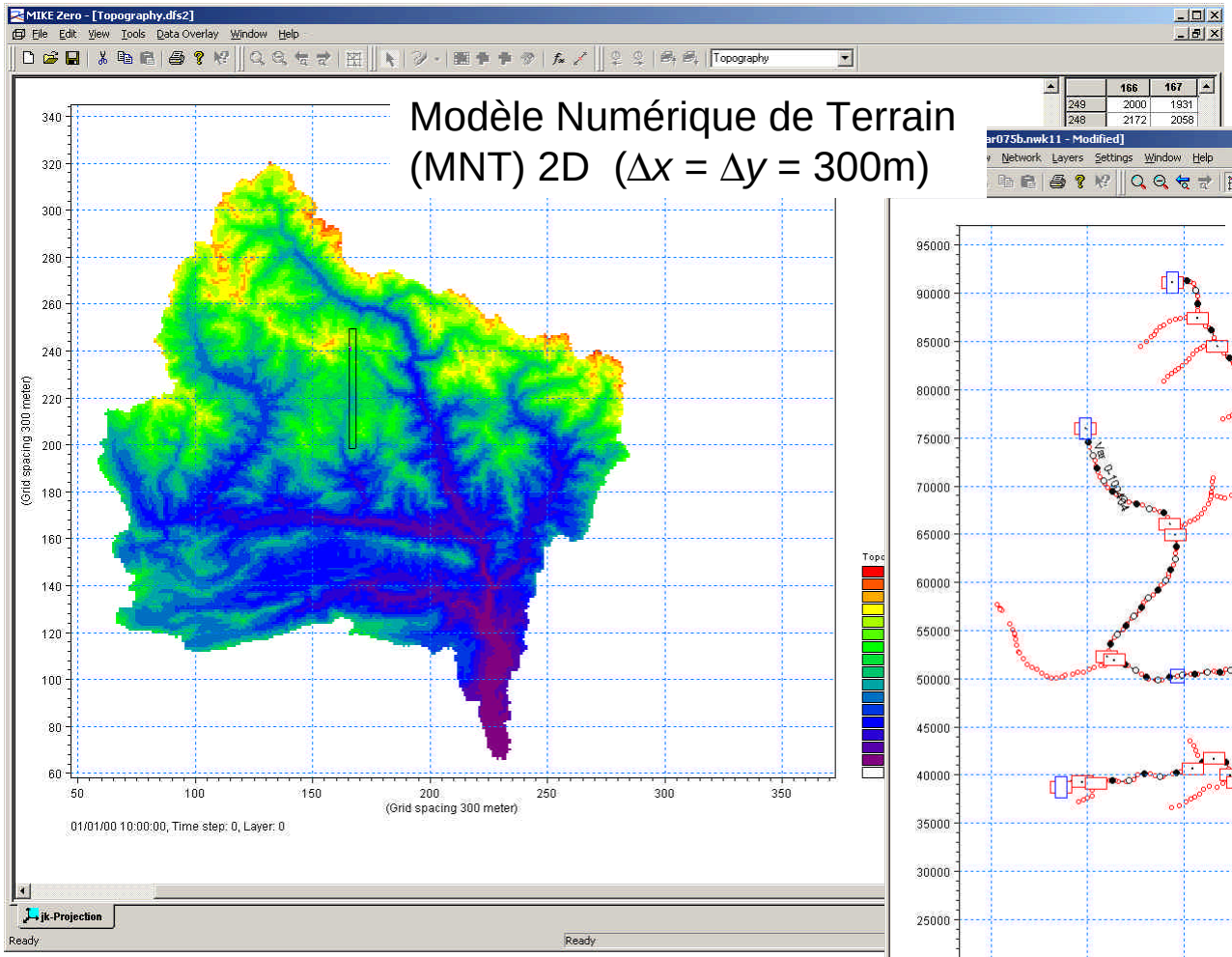
4. Les modèles mécanistes

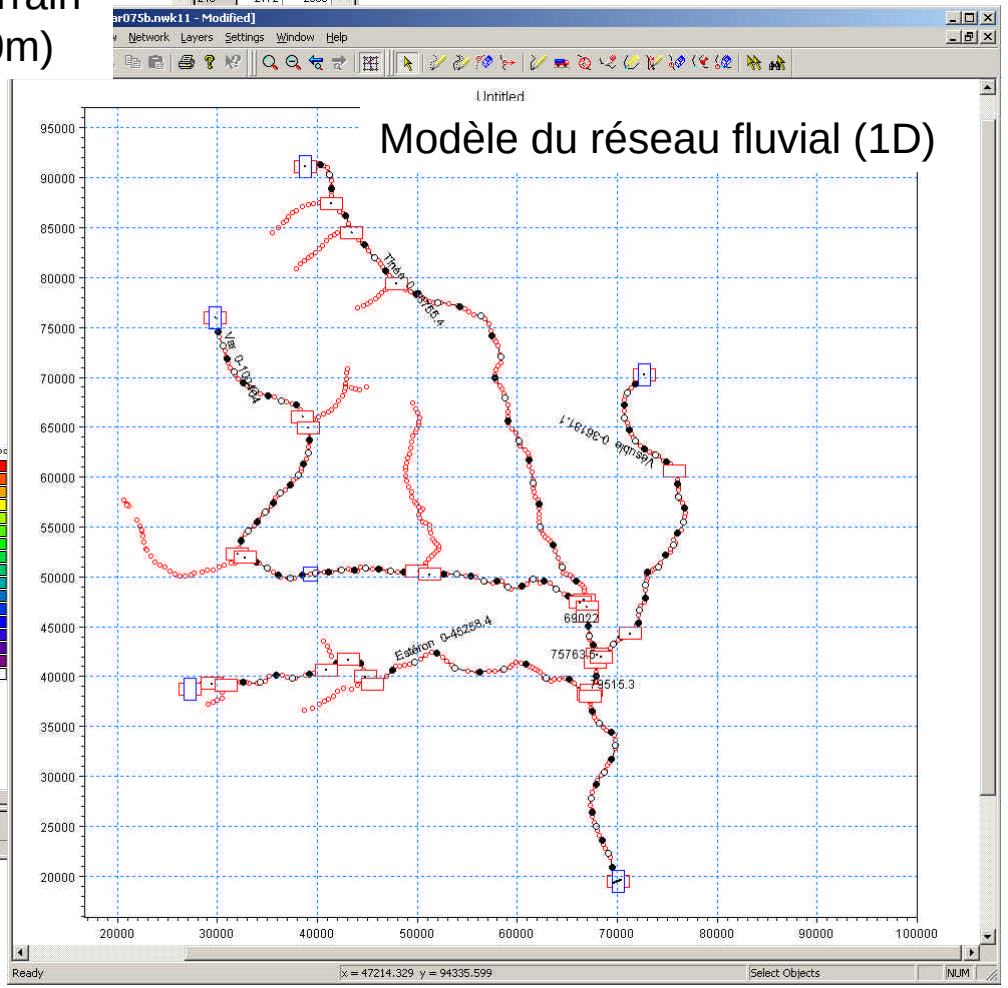
MIKE SHE

an Integrated Hydrological Modelling System

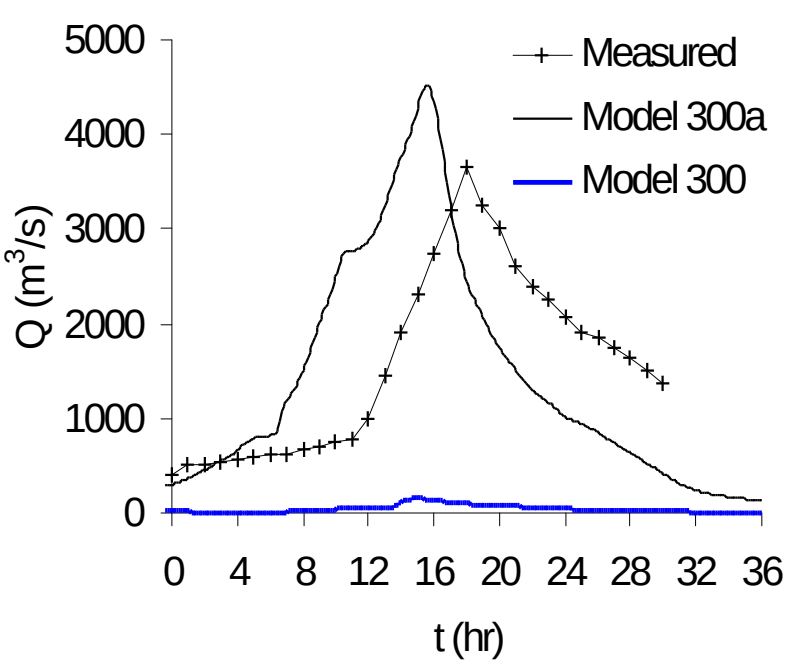


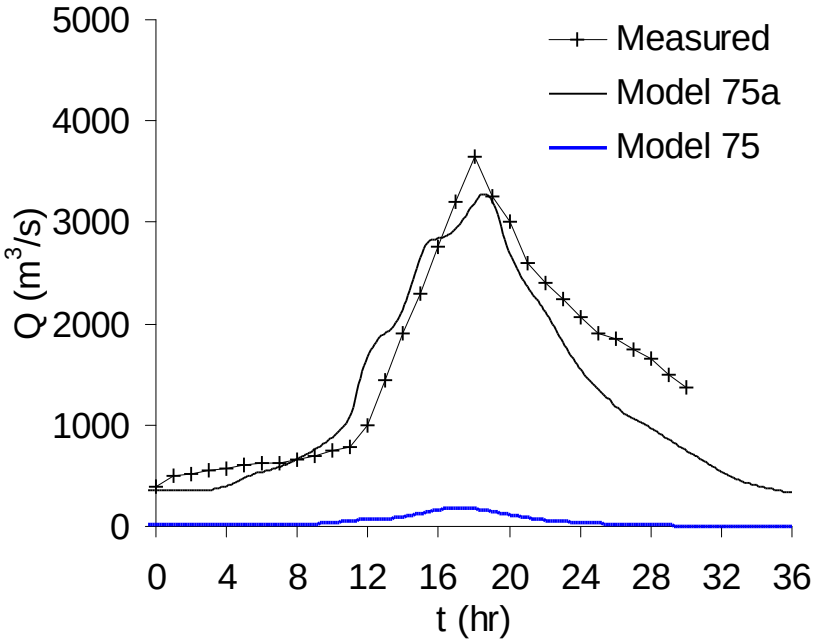
4. Les modèles mécanistes





4. Les modèles mécanistes





La géométrie (topographie, réseau fluvial) joue un rôle essentiel

4. Les modèles mécanistes

Apports des mathématiques

- méthodes numériques (résolution d'EDOs/EDPs, de systèmes)
- traitement de l'imprécision/incertitude (statistiques, probabilités)
- analyse et traitement du signal
- assimilation de données

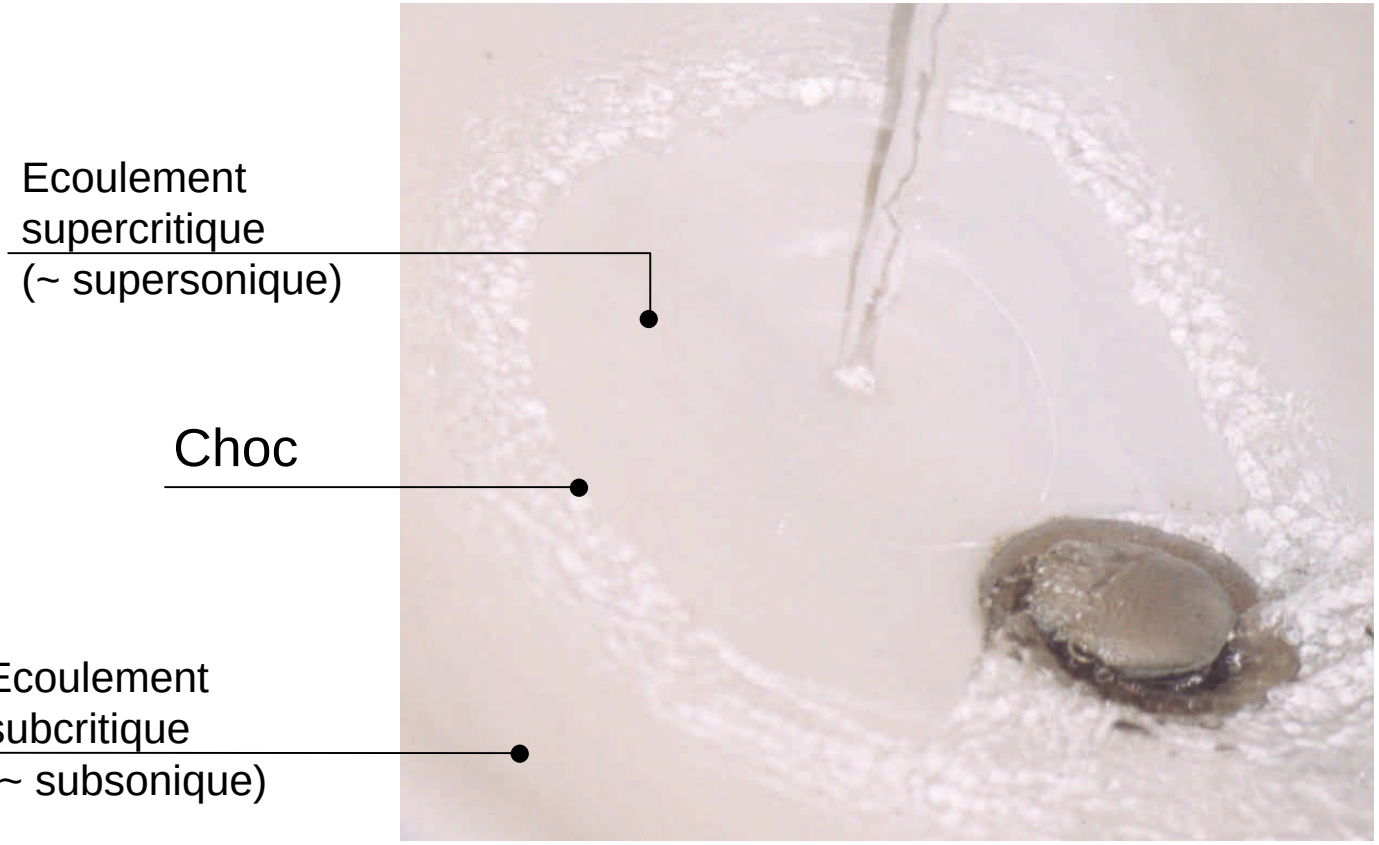
Apports de l'informatique/TIC

- réseaux d'échantillonnage/mesure/télétransmission
- bases de données/de scénarios
- Systèmes d'Information Géographique (SIG)
- télédétection (*Cf.* traitement du signal)
- interfaces homme/machine pour l'aide à la décision

5. Les problèmes

Les techniques numériques

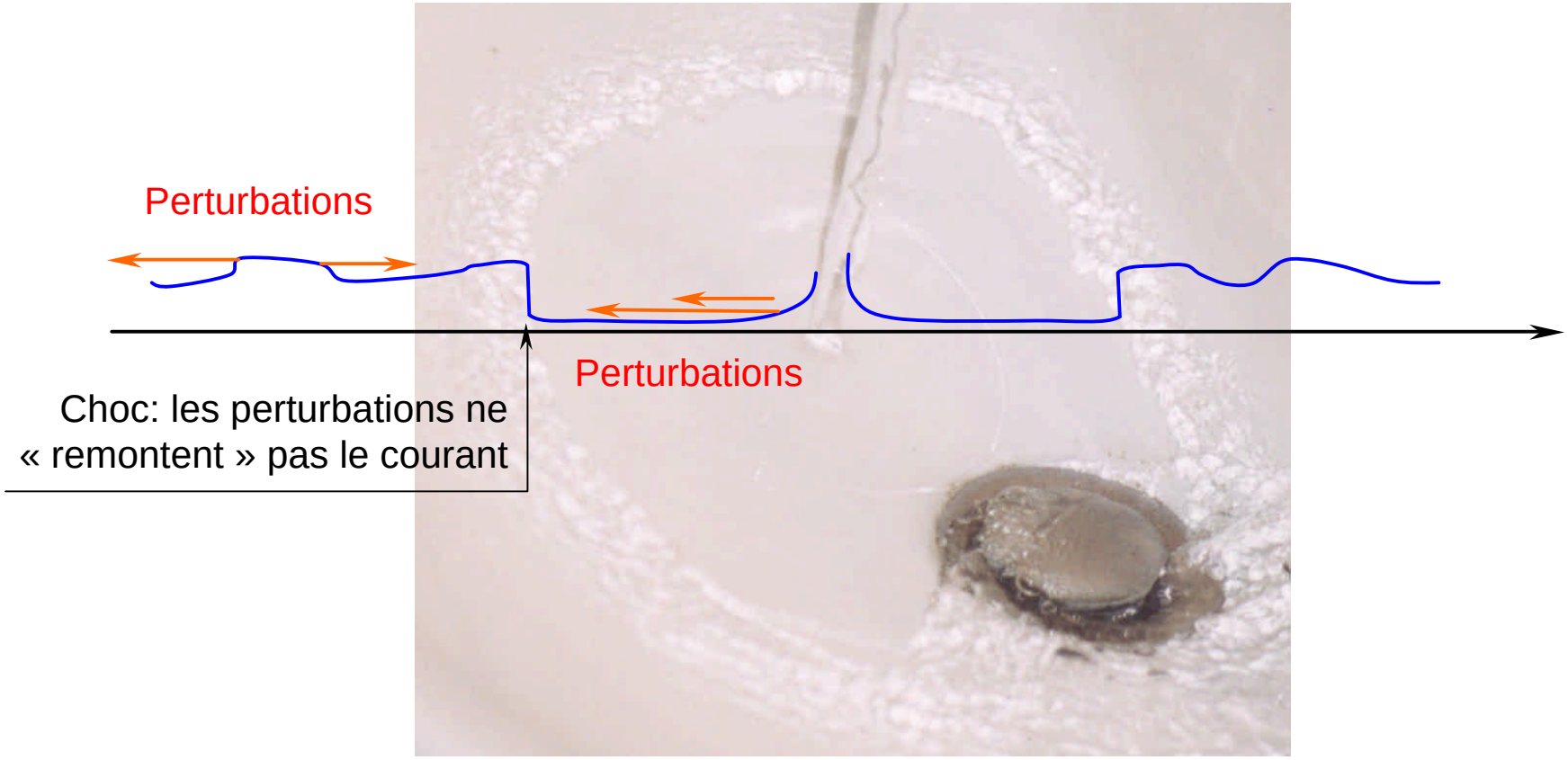
- Écoulements « discontinus » (ondes de choc)
- Écoulements « transcritiques »



5. Les problèmes

Les techniques numériques

- Écoulements « discontinus » (ondes de choc)

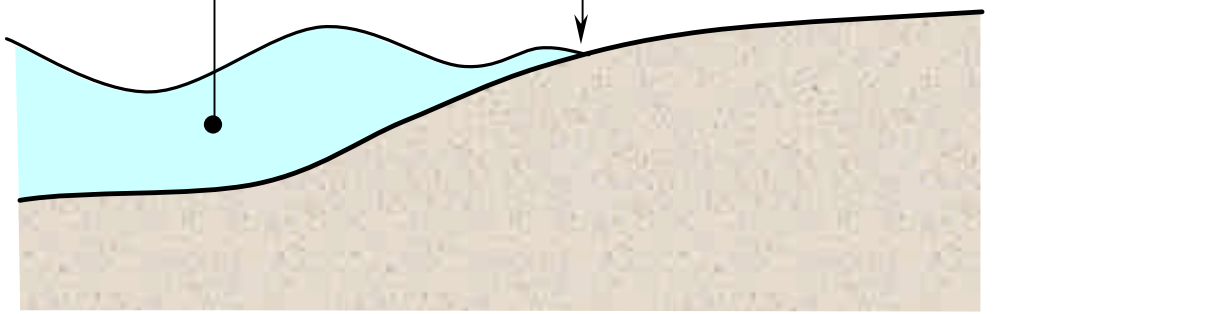


5. Les problèmes

Les techniques numériques

- Fonds secs / bancs découvrants ➔ instabilités, oscillations

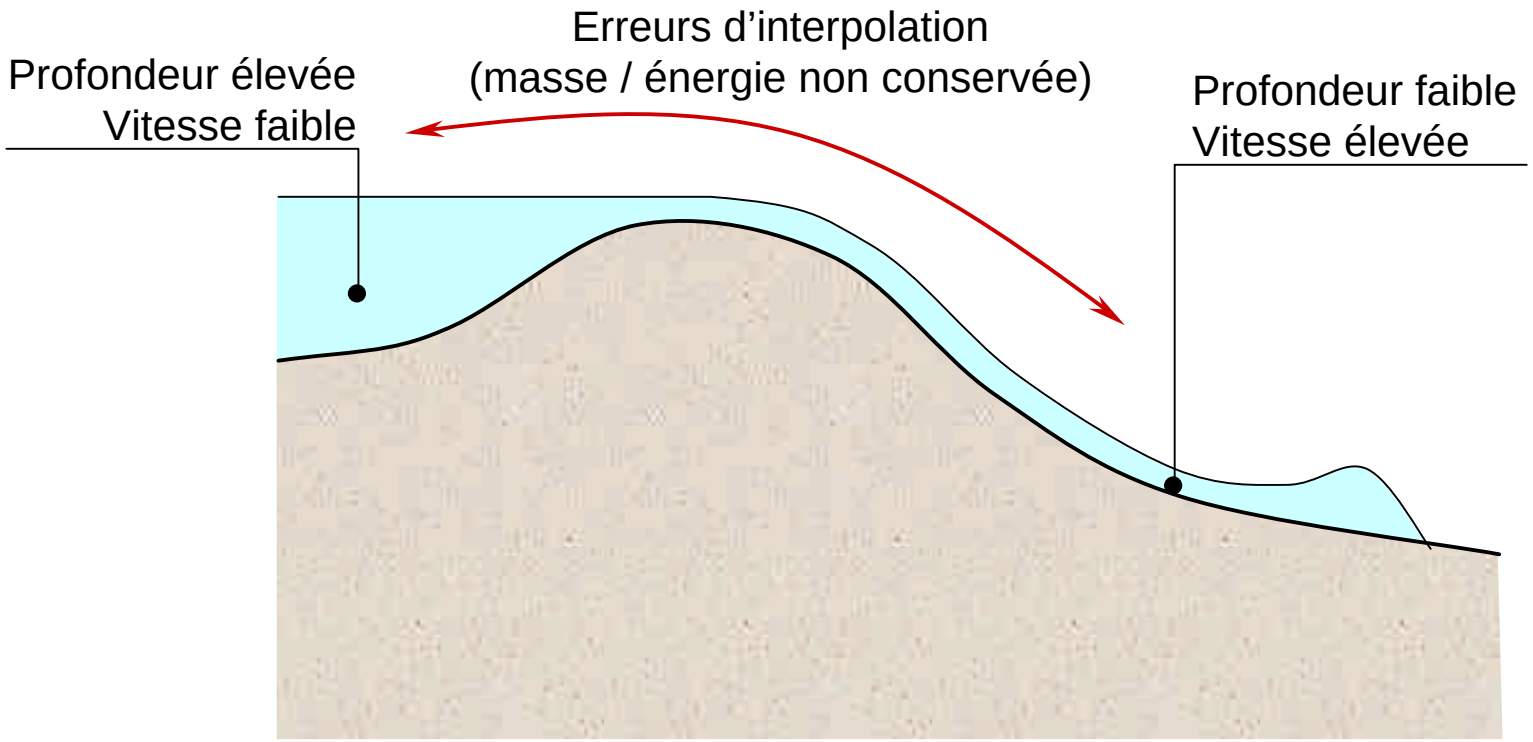
$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}=0\\
&\frac{\partial q_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_x^2}{h}+\frac{gh^2}{2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_x q_y}{h}\right)=S_x\\
&\frac{\partial q_y}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_x q_y}{h}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_y^2}{h}+\frac{gh^2}{2}\right)=S_y
\end{aligned}\right\}$$



5. Les problèmes

Les techniques numériques

- Déversement par-dessus des points hauts



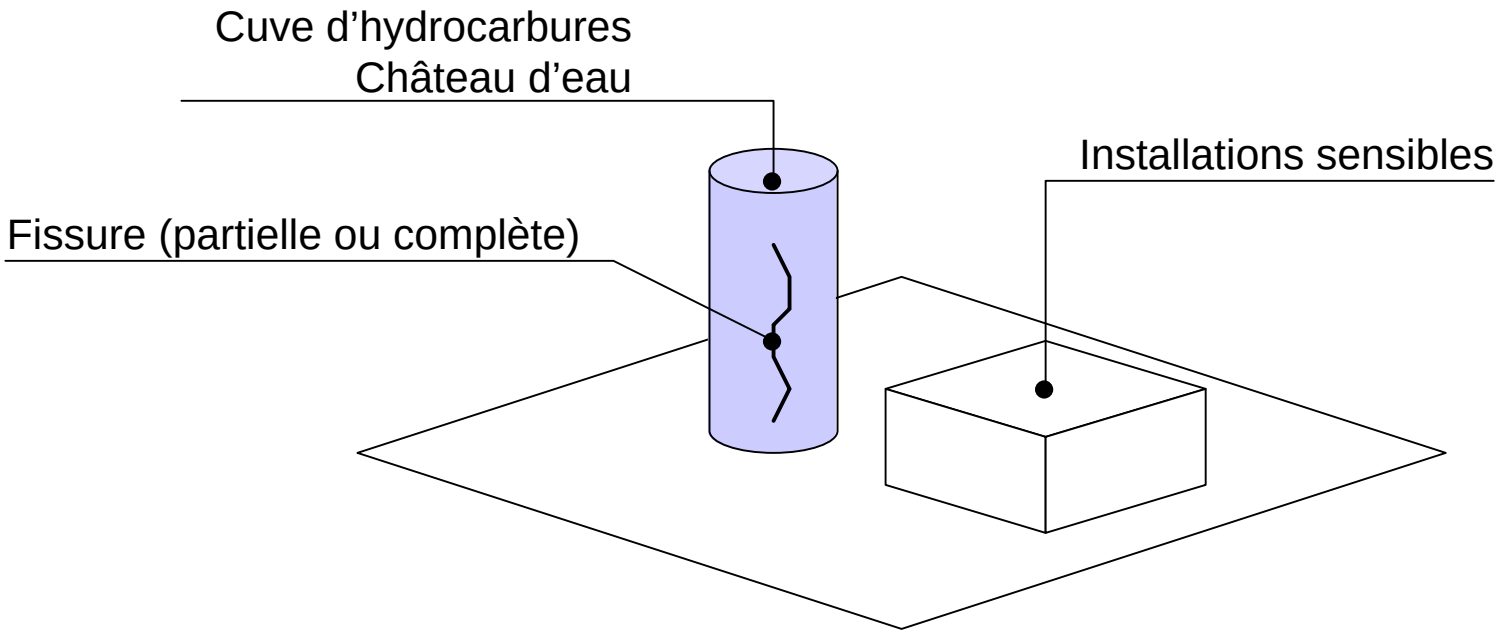
5. Les problèmes

Les techniques numériques

Solution: utiliser des méthodes conservatives

Traitement spécifique des « termes source » des équations

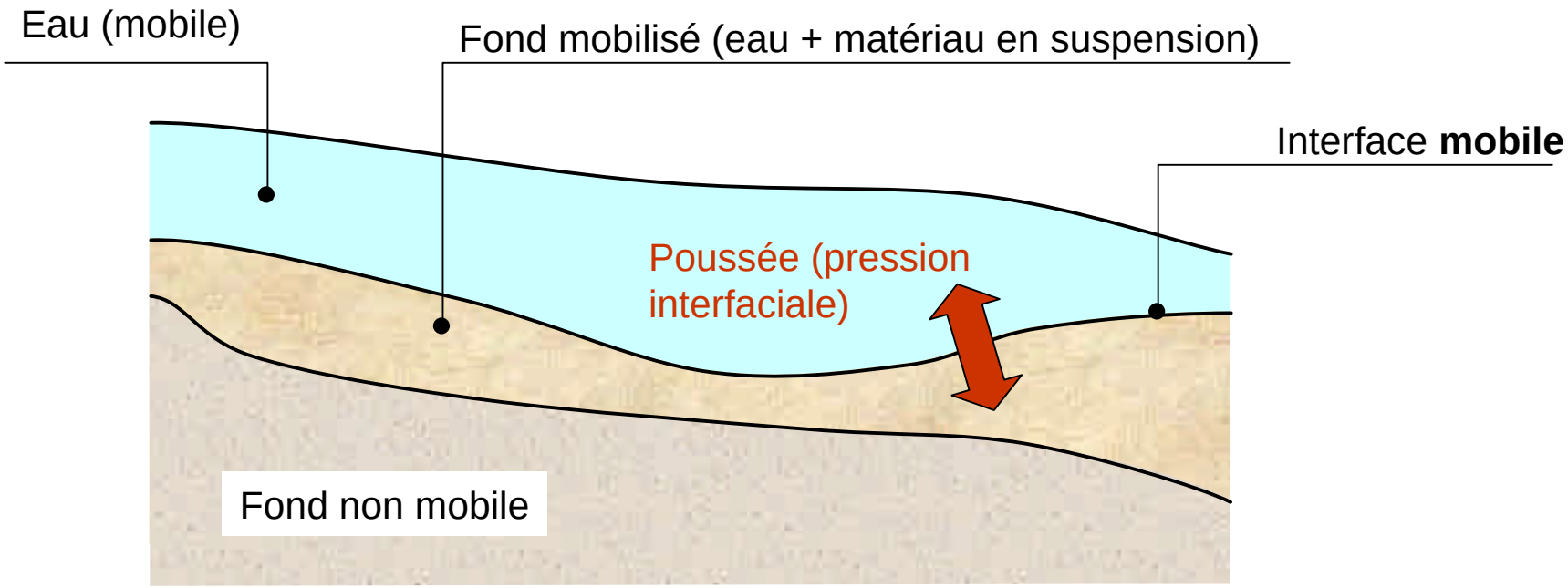
Exemple: rupture de cuve industrielle



5. Les problèmes

Les techniques numériques

Les écoulements diphasiques (*Ex.* eau + sédiments)

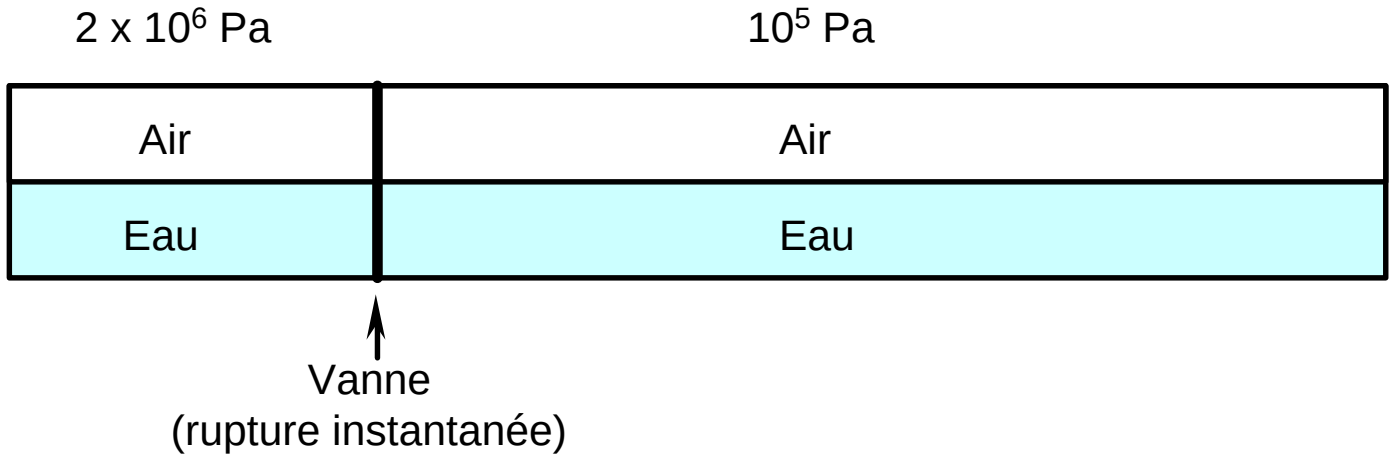


5. Les problèmes

Les techniques numériques

Les écoulements diphasiques (*Ex.* eau + air en conduite)

- les forces d'interface peuvent générer des instabilités
- fluides compressibles: piégeage dans des zones de faible volume ➔ variations de célérité d'onde considérables ➔ instabilité (numérique) possible



Animation Jcp05a.txt : [0,1]
Jcp05p1.txt: [0,10^7]

5. Les problèmes

La caractérisation des paramètres

Distance de corrélation typique des propriétés des sols

- direction horizontale : typiquement 10 m
- direction verticale : typiquement < 1 m

Exemples :

Sable rouge
Strates
Affleurement plis

Conséquences

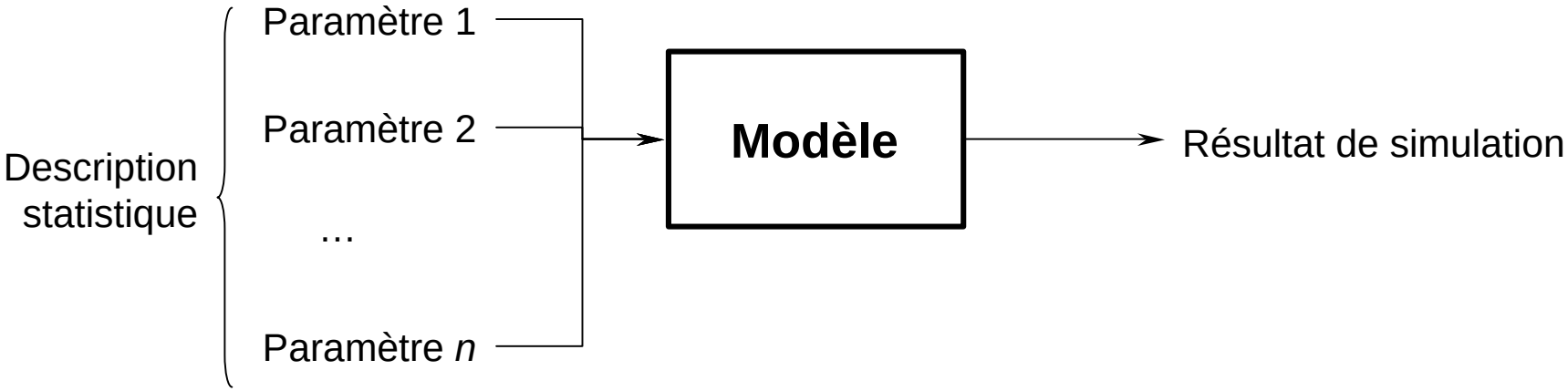
- impossibilité de connaître les paramètres en chaque point
- nécessité d'utiliser des approches stochastiques

5. Les problèmes

La caractérisation des paramètres

Exemple d'approche stochastique : méthode d'échantillonnage de Monte Carlo

- on connaît les propriétés statistiques des paramètres (fonction de distribution/ddp, variogramme, coefficients de corrélation, *etc.*)

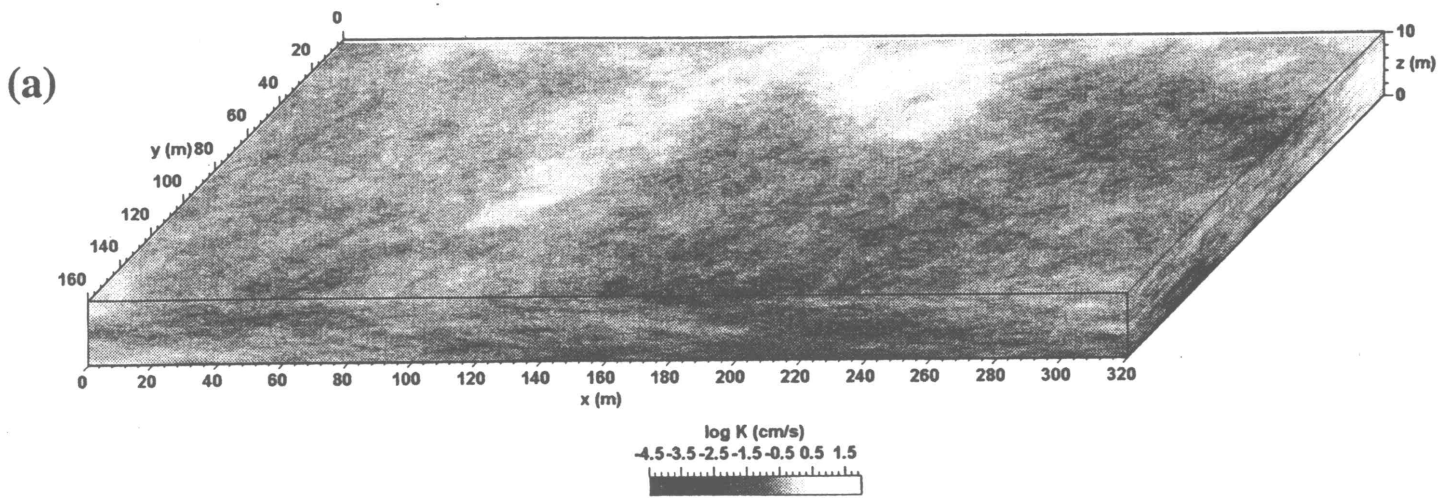


5. Les problèmes

La caractérisation des paramètres

Exemple d'approche stochastique : méthode d'échantillonnage de Monte Carlo

- on génère des « réalisations » de ces paramètres (vérifiant les propriétés statistiques)



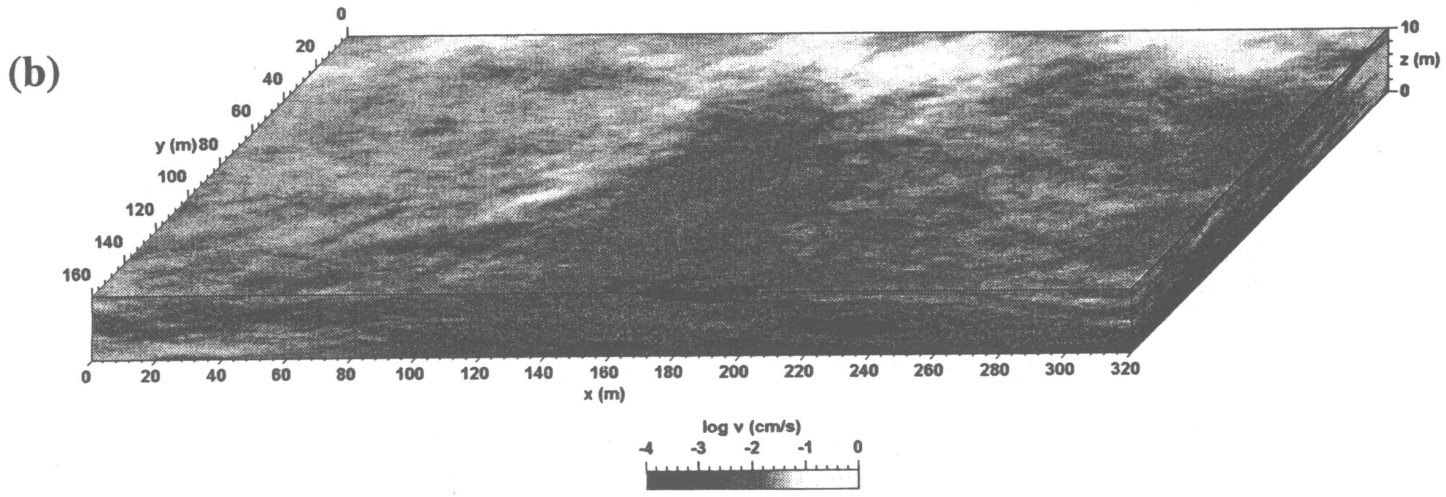
Exemple de réalisation d'un champ de conductivité hydraulique à saturation (Herrick et al., 2002)

5. Les problèmes

La caractérisation des paramètres

Exemple d'approche stochastique : méthode d'échantillonnage de Monte Carlo

- chaque réalisation est prise comme entrée du modèle
- la simulation produit un résultat



Vitesses calculées à partir du champ précédent (Herrick et al., 2002)

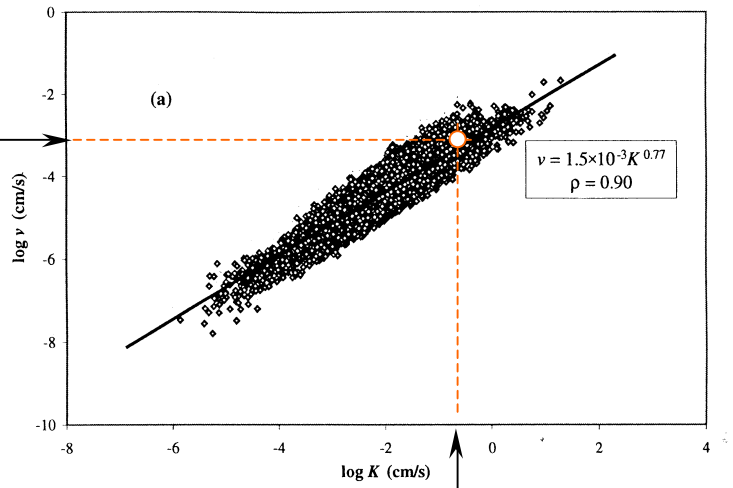
5. Les problèmes

La caractérisation des paramètres

Exemple d'approche stochastique : méthode d'échantillonnage de Monte Carlo

- chaque résultat est considéré comme une réalisation particulière d'une variable aléatoire
- les propriétés de cette variable (ddp, *etc*.) sont estimées en faisant des statistiques sur l'ensemble des réalisations

Valeur de la variable de sortie



Valeur du paramètre

Relation K - V (Herrick et al., 2002)

5. Les problèmes

La validité des modèles, la connaissance des phénomènes

Modèles d'écoulements de surface:

- la géométrie est connue avec précision
- le milieu est continu
- les équations décrivent bien les phénomènes

Modèles d'écoulements souterrains

- la géométrie n'est souvent pas connue
- le milieu peut être discontinu

➔ Invalidité possible des équations

5. Les problèmes

La validité des modèles, la connaissance des phénomènes

Exemple: loi de Darcy (milieux poreux)

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{\mathbf{u}} = 0$$

$$\vec{\mathbf{u}} = -\mathbf{K}\overrightarrow{\nabla h}(q)$$

Hypothèses:

– q (la teneur en eau) est continue et dérivable en espace
- **K** (conductivité hydraulique) fonction continue de l'espace

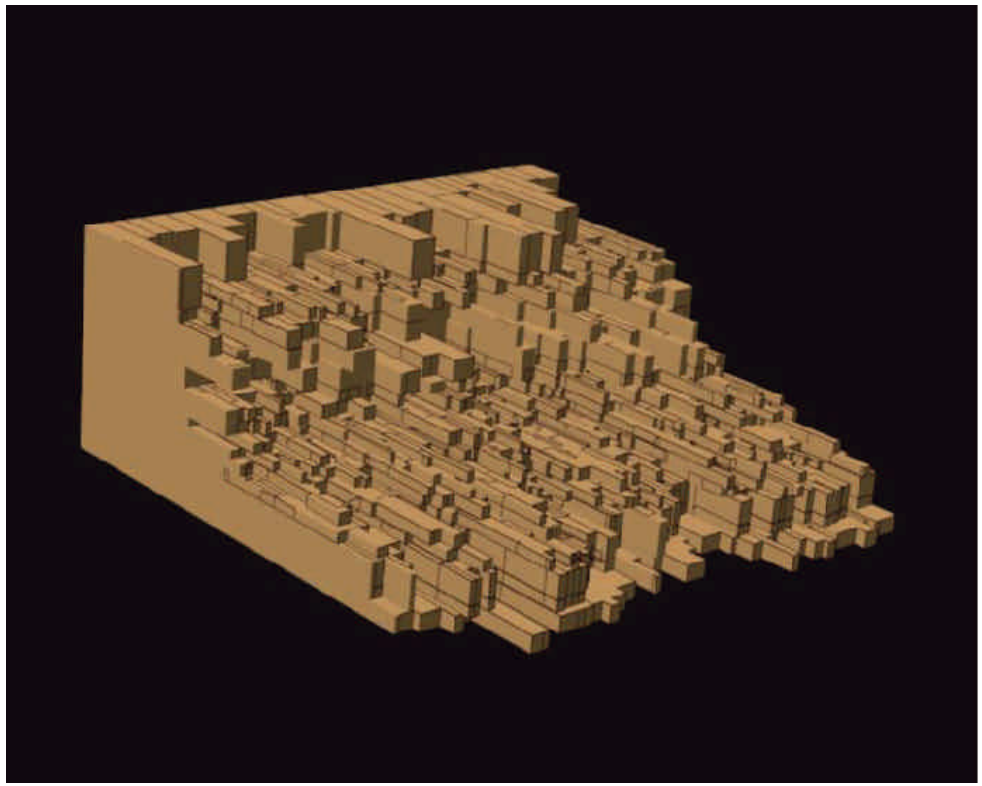
Or la plupart des milieux sont discontinus (fractures, *etc.*) ➔

- discontinuité de q
- Discontinuité de **K**

5. Les problèmes

La validité des modèles, la connaissance des phénomènes

Les développements récents/en cours: modèles « discontinus » (génération aléatoire de fractures)



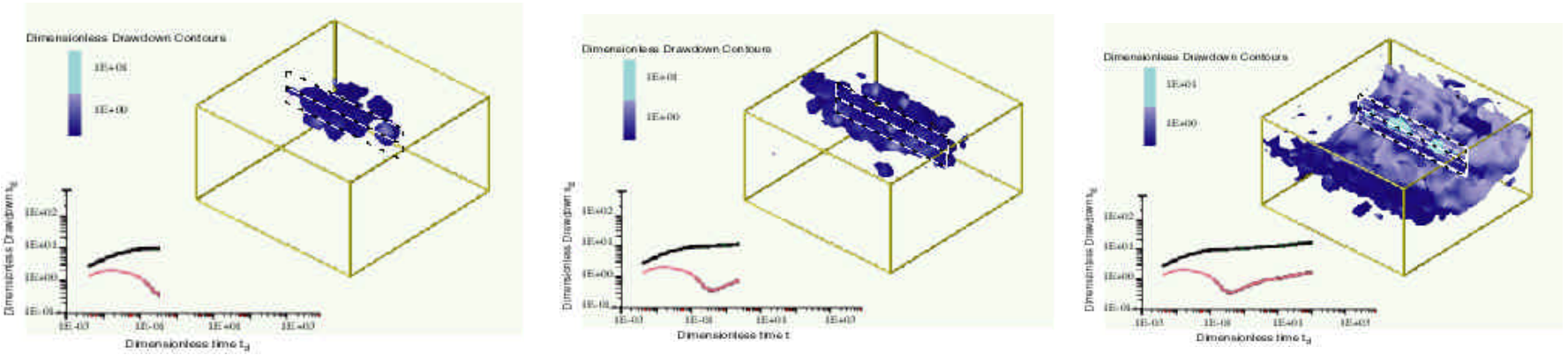
Autorisation: Hervé Jourde, Université Montpellier 2

Cf.:
Jourde et al., Bulletin Société Géologique de France
Jourde et al., Advances in Water Resources

5. Les problèmes

La validité des modèles, la connaissance des phénomènes

Les développements récents/en cours: modèles « discontinus » (génération aléatoire de fractures)



Autorisation: Hervé Jourde, Université Montpellier 2

Cf.: Jourde et al., *Advances in Water Resources*, 2002

Conclusions

- des modèles de plus en plus complexes
- dont on attend toujours plus

➔ des besoins toujours plus grands en:

- informatique: puissance de calcul, traitement de l'information et des données (SIG, BDD, IHM)
- mathématiques: développement de nouvelles équations, de méthodes numériques

Mais :

Dans le domaine de l'**environnement**, il y a **beaucoup** d'argent pour ***parler***; il y en a beaucoup **moins** pour ***faire***…