Traitement du signal : Introduction

Nelly Pustelnik, Pierre Borgnat
ENS Lyon – Laboratoire de Physique – CNRS UMR 5672
prenom.nom@ens-lyon.fr

Traitement du signal ?

Par définition, un signal est le support physique d'une information .
Il s'agit donc d'une notion tout à fait générale que l'on peut rencontrer dans des domaines aussi variés que l'électricité, l'électronique, l'acoustique, l'optique, la mécanique, l'astronomie, la biologie, l'économie, etc.

(Patrick Flandrin)

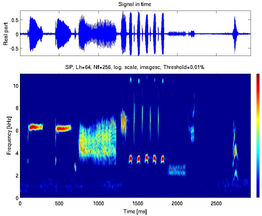
Traitement du signal ?

Par définition, un signal est le support physique d'une information. Il s'agit donc d'une notion tout à fait générale que l'on peut rencontrer dans des domaines aussi variés que l'électricité, l'électronique, l'acoustique, l'optique, la mécanique, l'astronomie, la biologie, l'économie, etc. En fait, il y a signal dès qu'il y a mesure et/ou transmission d'information d'une source vers un destinataire.

(Patrick Flandrin)

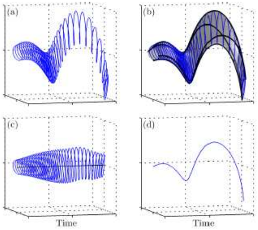
Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures, salinité,...
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...



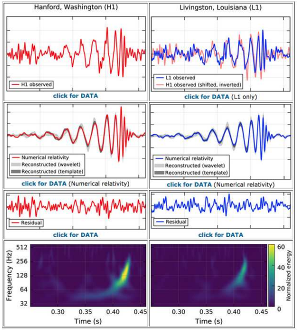
Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...



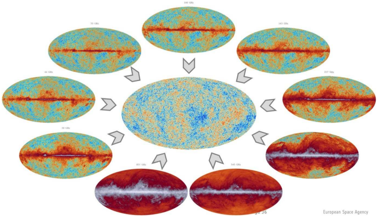
Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,...
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...



Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...

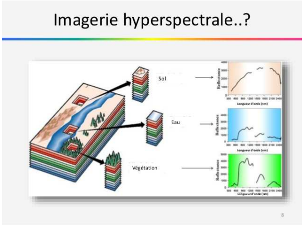


Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...

Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...



Traitement du signal ?

Traiter un signal, c'est essentiellement en extraire l'information que l'on juge utile, la mettre en forme pour mieux l'analyser, la transmettre ou la stocker, la nettoyer de parasites éventuels.
(Patrick Flandrin)

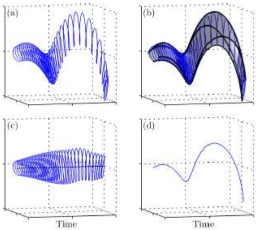
Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Suivi particulaire
  - Images hyperspectrales
  - ...

$\Rightarrow$ Exemple : Extraire la contribution d'un instrument

Quelques exemples

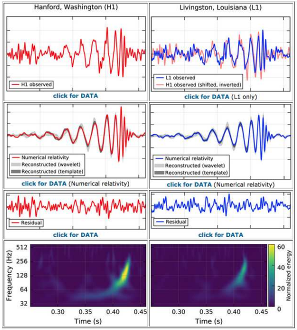
- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Suivi particulaire
  - Images hyperspectrales
  - ...



$\Rightarrow$ Exemple : Extraire les cycles journalier, mensuels, annuels,...

Quelques exemples

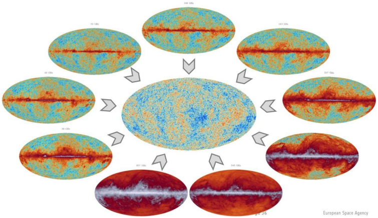
- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,...
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Suivi particulaire
  - Images hyperspectrales
  - ...



$\Rightarrow$ Exemple : Extraire les paramètres du chirp

Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Suivi particulaire
  - Images hyperspectrales
  - ...



$\Rightarrow$ Exemple : Séparation de composantes

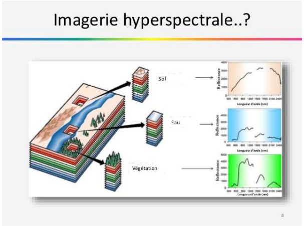
Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,...
  - Ondes gravitationnelles
  - ...
- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...

$\Rightarrow$ Exemple : Estimer les trajectoires des particules

Quelques exemples

- Grandeur physique mesurée au cours du temps
  - Traitement du son
  - Mesures températures salinité,. . .
  - Ondes gravitationnelles
  - ...



- Extension 2D et mutlidimensionel : traitement d'images
  - Rayonnement fossile
  - Mouvement de particules
  - Images hyperspectrales
  - ...

$\Rightarrow$ Exemple : Identifier des zones d'intérêt

Discret/continu

- Signal $x(t)$

	t discret	t continu
x discret		
x continu		Monde physique

Discret/continu

- Signal $x(t)$

	t discret	t continu
x discret		
x continu	Echantillonnage Séries temporelles $x[n]$ avec $n \in \mathbb{Z}$	Monde physique

Discret/continu

- Signal $x(t)$

	t discret	t continu
x discret		Quantification Capteurs ne délivrant qu'un nombre fini de valeurs Nature de l'information considérée (population)
x continu	Echantillonnage Séries temporelles $x[n]$ avec $n \in \mathbb{Z}$	Monde physique

Discret/continu

- Signal $x(t)$

	t discret	t continu
x discret	Traitement numérique Carte d'acquisition Ordinateur	Quantification Capteurs ne délivrant qu'un nombre fini de valeurs Nature de l'information considérée (population)
x continu	Echantillonnage Séries temporelles $x[n]$ avec $n \in \mathbb{Z}$	Monde physique

Signaux déterministes : rappel

- Pas d'aléatoire dans leur génération.
- Reproductibilité exacte.
- Renferment une information dont l'évolution en fonction du temps peut-être parfaitement prédite par un modèle mathématique.
  - Signal continu : caractérisé par son amplitude
  - Signal sinusoïdal : caractérisé par son amplitude et sa fréquence.

Signaux déterministes : rappel

- Pas d'aléatoire dans leur génération.
- Reproductibilité exacte.
- Renferment une information dont l'évolution en fonction du temps peut-être parfaitement prédite par un modèle mathématique.
  - Signal continu : caractérisé par son amplitude
  - Signal sinusoïdal : caractérisé par son amplitude et sa fréquence.

- Quantités associées :
  - Energie finie

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < +\infty$$

  - Puissance moyenne finie

$$P_x = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 dt < +\infty$$

Signaux déterministes : rappel

- **Causalité**

$$x(t) \quad \text{causal} \quad \Leftrightarrow \quad x(t) = 0 \quad \forall t < 0$$

Remarque : Filtre réalisé en temps réel, sa réponse ne peut-être que postérieure à son excitation.

$\Rightarrow$ On impose une RI causale.

Signaux déterministes : rappel

- Représentation temporelle suffisante dans tous les cas où la forme du signal et sa nature est simple.

  $\Rightarrow$ En réalité : signaux rarement simples

Signaux déterministes : rappel

- Représentation temporelle suffisante dans tous les cas où la forme du signal et sa nature est simple.
  $\Rightarrow$ En réalité : signaux rarement simples

- Transformée de Fourier (TF)

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt$$

Remarques :

• Projection du signal analysé sur une famille d'ondes monochromatiques.

•Existence si $x(t)$ est de classe L_1 et si le signal présente un nombre fini de discontinuités.

• Permet d'établir une dualité entre 2 représentations différentes d'un signal mais complémentaires au niveau de l'interprétation.

Signaux déterministes : rappel

- TF inverse

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df$$

Remarque : Inversible si $x(t)$ est un signal à energie finie de carré intégrable.

Signaux déterministes : rappel

- **TF inverse**

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df$$

Remarque : Inversible si $x(t)$ est un signal à energie finie de carré intégrable.

- **Propriétés**

• Linéarité :	$\mathcal{F}\{ax(t) + b(y(t)\} = aX(f) + bY(f)$
• Changement d'échelle :	$\mathcal{F}\{x(at)\} = \frac{1}{a} X\left(\frac{f}{a}\right)$
• Translation temporelle :	$\mathcal{F}\{x(t-a)\} = X(f)e^{i2\pi af}$
• Translation fréquentielle :	$\mathcal{F}\{x(t)e^{i2\pi f_0 t}\} = X(f - f_0)$
• Conjugaison :	$\mathcal{F}\{x^*(t)\} = X^*(-f)$
	Si $x(t)$ est réel $X(-f) = X^*(f)$
• Dirac :	$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1$ et $\mathcal{F}\{1\} = \delta(f)$
• Cosinus :	$\mathcal{F}\{\cos(2\pi f_0 t)\} = \frac{1}{2}\delta(f - f_0) + \frac{1}{2}\delta(f + f_0)$

Signaux déterministes : rappel

- **Théorème de Plancherel** :
  La TF d'un produit de convolution de deux fonctions temporelles est le produit de leur TF.

  - Produit de convolution de $x(t)$ et $h(t)$:

  $$(x * h)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

  $\rightarrow$ Effet que produit un instrument de mesure qui donne un phénomène physique (ex : instrument optique)

  - Formalisation du théorème :

  $$\mathcal{F}\{(x * h)(t)\} = X(f)H(f)$$

Signaux déterministes : rappel

- Théorème de Parseval :

  L'energie totale d'un signal ne dépend pas de la représentaton temporelle ou fréquentielle.

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$$

Signaux déterministes : rappel

- Densité spectrale d'energie :

$$\Gamma_x(f) = |X(f)|^2$$

• Fonction de corrélation :

$$\gamma_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_x(f) e^{i2\pi f \tau} df$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t-\tau)dt$$

• Remarques :
→ Mesure le degré de ressemblance entre un signal et ses translatés.
→ Symétrique : $\gamma_x(-\tau) = \gamma_x(\tau)$.
→ Maximale à l'origine : $E_x = \gamma_x(0)$.

Signaux déterministes : rappel

- Echantillonnage :

  • Signal à TC : décrit par une infinité non dénombrable de valeurs.
  • Pour archivage/traitement, nécessité d'échantillonner.
  • Opération consistant à représenter un signal sur un ensemble discret d'instants.
  • Objectif du traitement numérique est d'extraire des informations contenues dans le signal analogique initial $x(t)$.
  $\rightarrow$ Impératif de conserver les informations après échantillonnage.

Signaux déterministes : rappel

- Echantillonnage :

  • Echantillonnage uniforme : prélever des valeurs d'un signal à TC à des instants équidistants $\{nT_e; n \in \mathbb{Z}\}$, multiple d'un intervalle élémentaire T_e, i.e., la période d'échantillonnage.

$$x_e(t) = x(t) \sum_n \delta(t - nT_e)$$

  $\rightarrow$ signal échantillonné résulte de l'action d'un peigne de Dirac sur le signal à TC.

Signaux déterministes : rappel

- Echantillonnage :

  - TF de $x_e(t)$:

$$X_e(f) = \frac{1}{T_e} \sum_n X(f - \frac{n}{T_e})$$

$\rightarrow$ $X_e(f)$ est obtenu, à un facteur près T_e^{-1} par une simple périodisation en fréquence du spectre $X(f)$. Spectre reproduit tous le $F_e = \frac{1}{T_e}$.

Signaux déterministes : rappel

- Echantillonnage :

  • Configuration 1 : $X(f)$ est à support borné, sa fréquence de coupure est F_c telle que $F_e > 2F_x$
  $\rightarrow$ Les informations initiales ne sont pas perdues.
  $\rightarrow$ La transformation s(t) vers $x_e(t)$ est réversible par filtrage passe-bas.

Signaux déterministes : rappel

- Echantillonnage :

  • Configuration 1 : $X(f)$ est à support borné, sa fréquence de coupure est F_c telle que $F_e > 2F_x$
  $\rightarrow$ Les informations initiales ne sont pas perdues.
  $\rightarrow$ La transformation s(t) vers $x_e(t)$ est réversible par filtrage passe-bas.

  • Configuration 2 : $X(f)$ est à support borné, sa fréquence de coupure est F_c telle que $F_e < 2F_x$
  $\rightarrow$ Spectre initial $X(f)$ déformé.
  $\rightarrow$ On ne peut plus obtenir $X(f)$ à partir de $X_e(f)$.
  $\rightarrow$ La transformation $x(t)$ vers $x_e(t)$ est irréversible.
  $\rightarrow$ Repliement spectral = aliasing = chevauchement des spectres.

Signaux déterministes : rappel

- **Echantillonnage** :

  • Configuration 1 : $X(f)$ est à support borné, sa fréquence de coupure est F_c telle que $F_e > 2F_x$
  $\rightarrow$ Les informations initiales ne sont pas perdues.
  $\rightarrow$ La transformation s(t) vers $x_e(t)$ est réversible par filtrage passe-bas.

  • Configuration 2 : $X(f)$ est à support borné, sa fréquence de coupure est F_c telle que $F_e < 2F_x$
  $\rightarrow$ Spectre initial $X(f)$ déformé.
  $\rightarrow$ On ne peut plus obtenir $X(f)$ à partir de $X_e(f)$.
  $\rightarrow$ La transformation $x(t)$ vers $x_e(t)$ est irréversible.
  $\rightarrow$ Repliement spectral = aliasing = chevauchement des spectres.

  • Configuration 3 : $X(f)$ est à support non borné.
  $\rightarrow$ Repliement spectral.
  $\rightarrow$ Impossible d'échantillonner un tel signal sauf si on effectue au préalable un filtrage passe-bas.

Signaux déterministes : rappel

- Théorème d'échantillonnage (Shannon) :

  Si $x(t)$ *est un signal à bande limitée* $[-F_c, F_c]$ *et si* $F_e > 2F_c$ *alors* $x(t)$ *est entièrement décrit par la donnée des seuls échantillons* $\{x(nT_e)\}_{n\in\mathbb{Z}}$.

  Exemple : cosinus à la fréquence F_0 doit être échantillonné à une fréquence $F_e > 2F_0$

Signaux déterministes : rappel

- Reconstruction :

$$\widehat{x}(t) = \sum_n x(nT_e)\,\mathrm{sin}_c(\pi F_e(t - nT_e))$$

Si $x(t)$ est un signal à bande limitée $[-F_c, F_c]$ et si $F_e > 2F_c$ alors $x(t)$ est entièrement décrit par la donnée des seuls échnatillons $\{x(nT_e)\}_{n\in\mathbb{Z}}$.

Exemple : cosinus à la fréquence F_0 doit être échantilloné à une fréquence $F_e > 2F_0$

Signaux déterministes : rappel

- **TF signal à TD**
  - Signal $\{x[n]\}_{n\in\mathbb{Z}}$
  - TF
$$X(f) = \sum_n x[n]e^{-j2\pi nfT}$$
  - Fréquence périodique de période $1/T$.
  - Reconstruction série de Fourier
$$x[n] = T\int_{-1/2T}^{1/2T} X(f)e^{j2\pi nft}df$$
  - Théorème de Parseval
$$\sum_n |x[n]|^2 = T\int_{-1/2T}^{1/2T} |X(f)|^2 df$$

Signaux déterministes : rappel

- TF discrète signal à TD
  - Signal $\{x[n]\}_{0 \leq n \leq N-1}$
  - TF discrète

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$

  - Reconstruction série de Fourier

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$

  - Théorème de Parseval

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2$$

  - Algorithme rapide FFT

Signaux déterministes : rappel

- Relation d'incertitude Temps-Fréquence

  - Espérance

$$\overline{t} = \frac{1}{E_x}\int t|x(t)|^2 dt$$
$$\overline{f} = \frac{1}{E_x}\int (f|X(f)|^2 df$$

  - Dispersion d'énergie

$$\Delta t^2 = \frac{1}{E_x}\int (t-\overline{t})^2|x(t)|^2 dt$$
$$\Delta f^2 = \frac{1}{E_x}\int (f-\overline{f})^2|X(f)|^2 df$$

  - Théorème

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}$$

Signaux aléatoires : rappel

- $\{\mathrm{x}(\mathrm{t}, \omega) \,|\, \mathrm{t} \in \mathrm{T}\}$: signal aléatoire (infinité possible de réalisations)
- t : paramètre temporel
- ω : paramètre aléatoire lié au résultat d'une expérience

Signaux aléatoires : rappel

- $\{\mathrm{x(t)} \,|\, \mathrm{t} \in \mathrm{T}\}$: signal aléatoire
- Description = lien statistiques entre les valeurs des différentes réalisations à différents instants.
- Fonction de répartition :

$$F_{\mathrm{x}}(\alpha; t) = P\{\mathrm{x(t)} \leq \alpha \;,\; \alpha \in \mathbb{R}\}$$

- Densité de probabilité :

$$F_{\mathrm{x}}(\alpha; t) = \int_{-\infty}^{\alpha} p_{\mathrm{x}}(\zeta; t) d\zeta$$

$\rightarrow$ contient toute l'information a priori concernant $\mathrm{x}(t)$.

<u>Exemple</u> : Densité pouvant varier dans le temps

$$p_{\mathrm{x}}(\zeta; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\zeta - \mu_{\mathrm{x}}(t))} \;\rightarrow\; \text{moyenne variant dans le temps}$$

Signaux aléatoires : rappel

- Description à plusieurs instants

  - Fonction de répartition conjointe

$$F_{\mathrm{x}}(\alpha_1, \ldots, \alpha_n; t_1, \ldots, t_n) = P\{\mathrm{x(t_1)} \leq \alpha_1, \ldots, \mathrm{x(t_n)} \leq \alpha_\mathrm{n} \ , \ \alpha \in \mathbb{R}\}$$

  - Densité de probabilité conjointe

$$F_{\mathrm{x}}(\alpha_1 \ldots \alpha_n; t_1 \ldots t_n) = \int_{-\infty}^{\alpha_n} \ldots \int_{-\infty}^{\alpha_1} p_{\mathrm{x}}(\zeta_1 \ldots \zeta_n; t_1 \ldots t_n) d\zeta_1 \ldots d\zeta_n$$

Signaux aléatoires : rappel

- **Descripteurs**
  - Moyenne d'ensemble

$$\mu_{\mathrm{x}}(t) = \mathbb{E}\{\mathrm{x}(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta p_{\mathrm{x}}(\zeta; t) d\zeta$$

  - Variance (quantité du second ordre)

$$\sigma_{\mathrm{x}}^2(t) = \mathbb{E}\{(\mathrm{x}(t) - \mu_{\mathrm{x}}(t))^2\}$$

  - Matrice d'autocorrélation

$$\gamma_x(t, \tau) = \mathbb{E}\{\mathrm{x}(t)\mathrm{x}(\tau)^*\}$$

  - Matrice d'autocovariance

$$r_x(t, \tau) = \mathbb{E}\{(\mathrm{x}(t) - \mu_{\mathrm{x}}(t))(\mathrm{x}(\tau) - \mu\mathrm{x}(\tau))^*\}$$

Signaux aléatoires : rappel

- Auto $\neq$ Inter

  - $\mathrm{x}(\mathrm{t})$ et $\mathrm{y}(\mathrm{t})$: signaux aléatoires

  - Matrice d'intercorrélation

$$\gamma_{\mathrm{xy}}(t,\tau) = \mathbb{E}\{\mathrm{x}(t)\mathrm{y}(\tau)^*\}$$

  - Matrice d'autocovariance

$$r_{\mathrm{xy}}(t,\tau) = \mathbb{E}\{(\mathrm{x}(t) - \mu_{\mathrm{x}}(t))(\mathrm{y}(\tau) - \mu\mathrm{y}(\tau))^*\}$$

Signaux aléatoires : rappel

- Stationnarité

• Stationnarité au sens stricte

$$(\forall\theta) \quad p_{\mathrm{x}}(\alpha_1 \dots \alpha_n ; t_1 \dots t_n) = p_{\mathrm{x}}(\alpha_1 \dots \alpha_n ; t_1 + \theta \dots t_n + \theta)$$

• Stationnarité au sens large

$$\begin{cases} \mu_{\mathrm{x}}(t) = \mu_{\mathrm{x}} \quad \text{(indépendant du temps)} \\ \gamma_{\mathrm{x}}(t, \tau) = \gamma_{\mathrm{x}}(t - \tau) \end{cases}$$

• Remarque : Toute processus stationnaire au sens stricte est également stationnaire au sens large mais l'inverse n'est pas nécessairement vérifié.

Signaux aléatoires : rappel

- Ergodisme

• L'ensemble des descripteurs (moyenne d'ensemble, matrice d'autocorrélation,...) opèrent à un instant t fixé.
• Problème : En pratique, on ne dispose souvent que d'un seul échantillon.
• Solution : stationnarité = les propriétés statistiques sont invariantes dans le temps.
⇒ Formalisation de la notion d'équivalence entre moyennes "verticales" et "horizontales".

$$\mathbb{E}\{\mathrm{x}(t)\} = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)dt$$

et

$$\mathbb{E}\{\mathrm{x}(t)\mathrm{x}(t+\tau)^*\} = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t+\tau)^* dt$$

Organisation du cours

1. Filtrage linéaire (cours + TP)
2. Filtrage optimal (cours + TP)
3. Estimation (cours + TD + TP)
4. Estimation spectrale (cours + TP)
5. Estimation spectrale (cours + TP)
6. Détection (cours + TP)
7. Temps-fréquence, temps-échelle (cours + TP)
8. Restauration d'image (cours + TP)

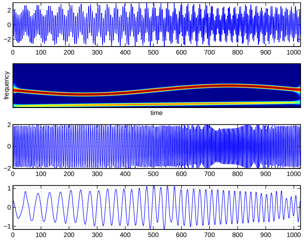


FIGURE: Amplitude instantanée, fréquence instantanée, séparation de composantes

Organisation du cours

1. Filtrage linéaire (cours + TP)
2. Filtrage optimal (cours + TP)
3. Estimation (cours + TD + TP)
4. Estimation spectrale (cours + TP)
5. Estimation spectrale (cours + TP)
6. Détection (cours + TP)
7. Temps-fréquence, temps-échelle (cours + TP)
8. Restauration d'image (cours + TP)

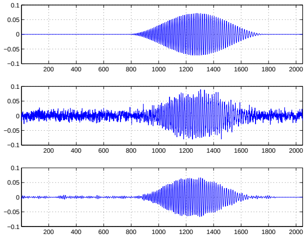


FIGURE: Débruitage d'un signal

Organisation du cours

1. Filtrage linéaire (cours + TP)
2. Filtrage optimal (cours + TP)
3. Estimation (cours + TD + TP)
4. Estimation spectrale (cours + TP)
5. Estimation spectrale (cours + TP)
6. Détection (cours + TP)
7. Temps-fréquence, temps-échelle (cours + TP)
8. Restauration d'image (cours + TP)

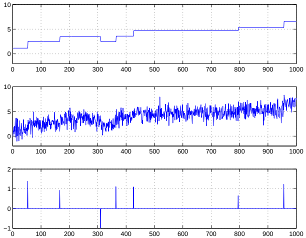


FIGURE: Détection de changements

Organisation du cours

1. Filtrage linéaire (cours + TP)
2. Filtrage optimal (cours + TP)
3. Estimation (cours + TD + TP)
4. Estimation spectrale (cours + TP)
5. Estimation spectrale (cours + TP)
6. Détection (cours + TP)
7. Temps-fréquence, temps-échelle (cours + TP)
8. Restauration d'image (cours + TP)

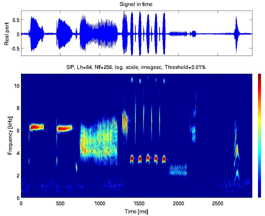


FIGURE: Temps-fréquence

Organisation du cours

1. Filtrage linéaire (cours + TP)
2. Filtrage optimal (cours + TP)
3. Estimation (cours + TD + TP)
4. Estimation spectrale (cours + TP)
5. Estimation spectrale (cours + TP)
6. Détection (cours + TP)
7. Temps-fréquence, temps-échelle (cours + TP)
8. Restauration d'image (cours + TP)

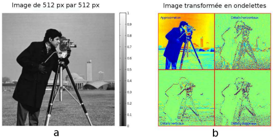


FIGURE: Temps-échelle

Organisation du cours

1. Filtrage linéaire (cours + TP)
2. Filtrage optimal (cours + TP)
3. Estimation (cours + TD + TP)
4. Estimation spectrale (cours + TP)
5. Estimation spectrale (cours + TP)
6. Détection (cours + TP)
7. Temps-fréquence, temps-échelle (cours + TP)
8. Restauration d'image (cours + TP)

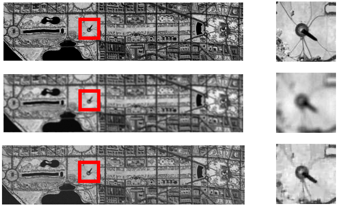


FIGURE: Restauration d'images hyperspectrales