

## TP1 : Optimisation

On désigne par  $\mathbf{f}$  la représentation vectorielle de l'image originale stockée dans le fichier 'cameraman.mat' et par  $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \epsilon$  la représentation vectorielle de l'image dégradée par un opérateur de flou et un bruit additif Gaussien. Le fichier correspondant à l'image dégradée se nomme 'cameraman\_flou.mat'. Ces deux images sont représentées figure 1.

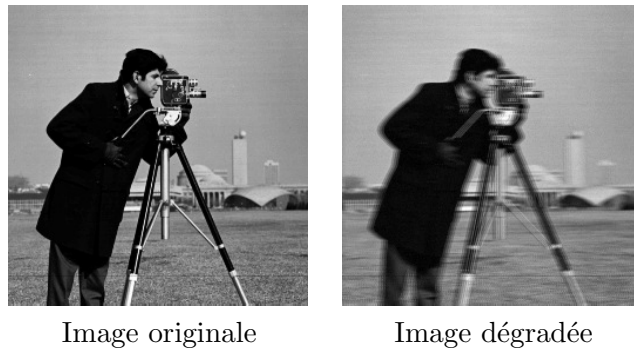


FIGURE 1 – Illustration de l'image à reconstruire avant et après dégradation.

1. Afficher sous MATLAB les images originales et dégradées. Quelles sont les dimensions de ces deux images.
2. Télécharger la réponse fréquentielle du filtre stockée dans le fichier 'flou.mat', modélisant la distorsion du système de mesure. Vérifier que le bruit est centré. Tracer son histogramme à l'aide de la commande hist.m. Calculer son écart-type  $\sigma_\epsilon$ .
3. On cherche maintenant à produire une image restaurée  $\hat{\mathbf{f}}$ , à partir de l'image dégradée  $\mathbf{g}$ . L'image originale  $\mathbf{f}$  est indisponible dans la réalité mais elle est fournie dans le cadre de ce TP de façon à pouvoir évaluer l'erreur de restauration. Nous allons procéder à une reconstruction de type Tikhonov :

$$\hat{\mathbf{f}} \in \underset{\mathbf{f}}{\text{Argmin}} \|\mathbf{H}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{\Gamma}\mathbf{f}\|_2^2 \quad (1)$$

où  $\mathbf{\Gamma}$  modélise l'opérateur laplacien dont la réponse fréquentielle est stockée dans le fichier 'laplacien.mat'. Montrer que

$$\hat{\mathbf{f}} = (\mathbf{H}^*\mathbf{H} + \lambda\mathbf{\Gamma}^*\mathbf{\Gamma})^{-1}\mathbf{H}^*\mathbf{g} \quad (2)$$

avec  $\lambda > 0$ . Pour estimer  $\hat{\mathbf{f}}$ , on implémentera d'une part (2) par passage en Fourier de façon à gérer efficacement l'étape d'inversion et d'autre part, on implémentera la méthode de descente de gradient vue en cours. On affichera la valeur du critère (1) à chaque itération pour s'assurer de la bonne convergence de l'algorithme.

4. On suppose maintenant que  $\mathbf{g} = \mathbf{D}\mathbf{H}\mathbf{f} + \boldsymbol{\epsilon}$  où  $\mathbf{D}$  modélise un opérateur de décimation. Télécharger la nouvelle observation stockée dans le fichier 'cameraman\_cs.mat'. Quelles sont les dimensions de cette nouvelle observation. Le masque de décimation est stockée dans le fichier 'decimation.mat'. On cherche à résoudre

$$\hat{\mathbf{f}} \in \underset{\mathbf{f}}{\text{Argmin}} \|\mathbf{D}\mathbf{H}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{f}\|_2^2$$

On justifiera pourquoi une implémentation de type (2) par passage dans Fourier n'est pas envisageable. On mettra en oeuvre une méthode de descente de gradient pour restaurer cette image.