

TP1 : Signal analytique

Rappels :

Soit $x(t)$ un signal réel. Le signal analytique associé à $x(t)$, noté $z_x(t)$, est défini par

$$z_x(t) = x(t) + i\hat{x}(t)$$

où $\hat{x}(t)$ désigne la transformée de Hilbert de $x(t)$. Dans le cas d'un signal $x(t)$ passe-bande (i.e., transformée de Fourier bornée et ne contenant pas la fréquence zéro) centré en f_0 , on définit l'enveloppe complexe de $x(t)$ par le signal $\alpha_x(t)$ de transformée de Fourier $A_x(f)$ telle que $A_x(f) = Z_x(f + f_0)$. On en déduit que

$$\alpha_x(t) = z_x(t)e^{-i2\pi f_0 t}.$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} x(t) &= \mathcal{R}\{z_x(t)\} \\ &= \mathcal{R}\{\alpha_x(t)e^{i2\pi f_0 t}\} \\ &= \underbrace{|\alpha_x(t)|}_{\text{enveloppe instantannée}} \cos\left(\underbrace{2\pi f_0 t + \arg \alpha_x(t)}_{\text{phase instantannée}}\right). \end{aligned}$$

La fréquence instantannée $f_i(t)$ se déduit de la phase instantannée par simple dérivation, i.e.,

$$f_i(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d \arg \alpha_x(t)}{dt}$$

Exercice :

1. Dans MATLAB, créer un signal sinusoidal. Afficher le signal résultant.
2. Calculer le signal analytique associé en utilisant la fonction **hilbert.m**. En déduire son amplitude instantannée, sa phase instantannée (à l'aide de la fonction **angle.m**) puis sa fréquence instantannée. Que remarque t'on ?
3. On procède à nouveau au calcul de la fréquence instantannée mais en ayant au préalable déroulé la phase (**unwrap.m**). Que remarque t'on ?

4. Que se passe t'il lorsque le signal est bruité?
5. Répéter les étapes 2- et 3- sur le signal **Signal_tp2_a.mat**. Tracer également la transformée de Fourier de ce signal. Commenter.
6. Charger le signal **Signal_tp2_b.mat** ainsi que les boîtes à outils **package_emd** et **tftb-0.2**. Afficher le signal et sa représentation temps-fréquence à l'aide de la fonction **tfrresp.m** (pour un nombre de bins fréquentiels de 256).

```
>> s = tfrresp(data.x',1 :N,NFFT);
```

Pour représenter le signal temps-fréquence résultant, on pourra utiliser la fonction **imageTF.m** avec une dynamique de 24.

```
>> imageTF(s(1 :NFFT/2, :),dyn,1,0);
```

Que remarque t'on ?

7. Calculer l'amplitude et la fréquence instantannée de ce nouveau signal. Que constatez-vous ?
8. A l'aide de la fonction **emd.m**, extraire les deux composantes

```
>> t = emd(x,'maxmodes',1);
```

et procéder à nouveau à l'analyse de l'amplitude et de la fréquence instantannée sur chacun des signaux extraits. Commenter les résultats obtenus.