

Proposition de sujet de thèse de Mathématiques

proposé par
J.M. Daniel, (I.F.P.) et J.M. Morvan, (Lyon 1)

**Incertitudes associées
à la
modélisation géométrique
et la
décimation des surfaces
représentant des objets géologiques.**

L'objectif de ce travail de thèse est de contribuer à l'amélioration de la représentation géométrique des surfaces représentant des objets géologiques en développant des méthodes permettant de caractériser les incertitudes associées à ces surfaces ou à leurs représentations.

La plupart des objets géologiques peuvent être représentés par des surfaces ; que se soient les limites de formation géologiques correspondant à des changements brutaux des propriétés du sous-sol ou les failles qui sont des ruptures ayant affecté ce dernier au cours de son histoire. Ces surfaces d'objets naturels sont difficiles à modéliser car elles sont souvent déchirées, elles ne sont pas cartographiables sur un plan, et elles présentent des arrêtes vives. Elles sont caractérisées à partir de l'interprétation de données du sous-sol qui fournit des points de contrôle. Ces surfaces seront utilisées pour visualiser ces objets, pour leur affecter des propriétés ou pour construire des maillages volumiques du sous-sol. Ces objets peuvent être repartis de manière homogène ou très hétérogène et leur position spatiale est entachée d'erreur.

Aujourd'hui, de part leur caractéristique et celle des points qui les contrôlent, les surfaces sont modélisées par des triangulations construites en minimisant une distance qui les sépare du nuage de points issu de l'interprétation géologique, en rajoutant parfois des contraintes telles que la minimisation des courbures et/ou de la tension. La taille des triangles constituant ces surfaces est généralement définie comme un compromis entre les capacités des machines actuelles, les capacités de raffinement local des algorithmes utilisés et la distance maximale que l'utilisateur souhaite autoriser entre les points de contrôle et les surfaces.

Les incertitudes associées à cette représentation ne sont généralement pas étudiées, que ce soit celles qui concernent la position spatiale de la surface ou celles qui portent sur ses caractéristiques géométriques (courbure, position des lignes de crête ...). Quand c'est le cas, les méthodes utilisées sont basées sur une méthode de Monte-Carlo dans laquelle on réalise plusieurs tirages du nuage des points de contrôle en fonction du modèle d'erreur associé à la position spatiale de chaque point. Quelles qu'elles soient, ces méthodes restent peu satisfaisantes pour plusieurs raisons.

- Tout d'abord, celles qui sont disponibles ne permettent généralement pas faire la part entre la contribution des algorithmes utilisés et celle du modèle d'erreur sur les données dans les incertitudes associées aux surfaces modélisées. Cette faiblesse est en partie liée au fait que les calculs d'incertitudes sont réalisés à partir d'une décimation du nuage de point et pour une taille de triangle choisie à priori.
- Ceci introduit un deuxième défaut dans le processus : il est très difficile, si ce n'est impossible d'utiliser ces calculs d'incertitudes pour adapter la décimation des points de données ou celle des surfaces triangulées produites à des objectifs métiers.

On se propose donc dans cette thèse de développer des méthodes et des algorithmes permettant de caractériser les incertitudes associées à la représentation d'objets géologiques sous forme de surfaces discrètes. Dans ce travail,

- il s'agira d'abord un inventaire
 - des contraintes métiers que l'on souhaite imposer à ces surfaces
 - et des caractéristiques géométriques sur lesquelles on souhaite faire porter les calculs d'incertitudes ;
- à partir de cet inventaire, il s'agira ensuite de développer de nouvelles méthodes ou de modifier les méthodes existantes pour générer des surfaces respectant les contraintes que l'on aura choisies tout en autorisant la caractérisation des incertitudes portant sur la position de la surface et sur ses propriétés géométriques.

Ces développements et leur base théorique devront contribuer à répondre entre autres aux questions suivantes :

- Quelles sont les informations géométriques sur une surface contenues intrinsèquement dans un nuage de points ?
- Quels sont les a priori et/ou les contraintes métiers nécessaires et suffisants pour répondre à cette question ?
- Existente-t-il une échelle caractérisée par la taille des triangles utilisés en deçà de laquelle les incertitudes sur la connaissance de la surface ne sont plus bornées ?
- Comment décimer les données ou la surface discrète en fonction des incertitudes portant sur la surface et ses propriétés géométriques ?
- Quelle est la quantité de données nécessaire pour réduire ces incertitudes d'une quantité fixée ? Peut-on définir les lieux où il serait préférable d'ac-

quérir ces nouvelles données?

Cette thèse pourra s'appuyer sur les les résultats obtenus récemment en géométrie des surfaces lisses et discrètes, notamment :

- X. Pennec, J. Thirion : *A framework for uncertainty and validation of 3D registration methods based on points and frames*, Int. Journal of Computer Vision, 1996
- D. Cohen Steiner, J.M. Morvan : *Second fundamental measure of geometric sets and local approximation of curvatures*, J. Diff. Geom, 2006, à paraître,
- J.M. Morvan, B. Thibert, *Approximation of the normal vector field and the area of a smooth surface*, D.C.G.32, 2004

et plus généralement sur le travail des projets EPIDAURE et GEOMETRICA de l'INRIA.