

# L'APPROCHE OPÉRATEUR DES JEUX AVEC PAIEMENT MOYEN: UN TOUR D'HORIZON

STÉPHANE GAUBERT

Les jeux à somme nulle avec paiement moyen modélisent la situation où deux adversaires cherchent à optimiser un revenu moyen par unité de temps. L'un des intérêts de ces jeux est de donner lieu à des questions ouvertes : ainsi, on ne sait pas aujourd'hui s'il existe un algorithme polynômial pour résoudre un jeu déterministe avec paiement moyen et l'on ne connaît pas non plus d'algorithme pseudo-polynômial pour les jeux stochastiques en information parfaite avec paiement moyen. Le but de cet exposé introductif est de montrer que les questions d'algorithmique des ces jeux répétés à somme nulle, qui relèvent a priori de la combinatoire et de l'informatique, peuvent aussi être abordées par des techniques d'analyse non-linéaire. On parvient ainsi à écrire un dictionnaire traduisant les jeux à somme nulle en termes de théorie du point fixe. On peut en particulier établir une correspondance entre ces jeux et une classe d'opérateurs qui préservent l'ordre et sont contractants au sens large pour la norme sup. Il apparaît alors que le paiement moyen est donné par le taux de fuite des orbites de systèmes dynamiques associés à ces opérateurs, et qu'il est caractérisé à l'aide de problèmes spectraux non-linéaires. Le fait que le paiement moyen ne dépende structurellement pas de l'état initial se ramène alors à vérifier l'unicité d'un point fixe, ce qui se traduit en termes d'accessibilité dans des hypergraphes orientés. Enfin, le nombre d'itérations de deux grandes classes d'algorithmes, l'itération sur les valeurs, et l'itérations sur les politiques, peut être contrôlé dans une certaine mesure à l'aide de rayons spectraux non-linéaires.

Cet exposé repose sur des travaux communs avec M. Akian, J. Bolte, A. Hochart, R. Nussbaum, et G. Vigeral, voir notamment arXiv, 1201.1536 (à paraître dans Trans. AMS), 1301.1967 (Math. Oper. Res.), 1310.4953 et 1405.4658.

*E-mail address:* `Stephane.Gaubert@inria.fr`

INRIA ET CMAP, ÉCOLE POLYTECHNIQUE, UMR 7641 CNRS