Irrégularité des Processus Aléatoires
28 mars 2006
IHP – salle 314

Réunion du gdr ISIS, thème A : Traitement Statistique de l'Information
Avec le soutien du gdr ISIS et du projet *mipomodim,* ANR n° NT05-1_42030

Organisateurs

Patrice Abry (Laboratoire de Physique, ENS Lyon)
Anne Estrade (MAP5, Université René Descartes)

Programme

9h45-10h15 : accueil

10h15-11h15 - **J. León** (Depto. de matemática, Universidad Central de Venezuela)
Modèles de diffusion fractionnaire, estimation simultanée du paramètre de Hurst et de la volatilité

11h15-12h15 : **Marc Hoffmann** (LAMA, Université Marne-la-Vallée)
Sur l'estimation de la régularité d un processus à partir de données bruitées

12h-14h : Pause

14h-14h45 - **R. Harba** (LESI, Université Orléans)
Deux extensions du mouvement brownien fractionnaire

14h45-15h30 - **I. Iribarren** (Depto. de matemática, Universidad Central de Venezuela)
Champs gaussiens seuillés

15h30- 16h00 : Pause

16h00- 16h45 - **C. Lacaux** (IECN, Université de Nancy)
Simulation de champs fractionnaires

16h45-17h30 - **F. Roueff, Y. Gousseau** (ENST, Paris)
Le modèle feuille morte avec loi d'échelle : un champ aléatoire pour modéliser l'irrégularité des images en conservant le phénomène d'occlusion

Modèles de diffusion fractionnaire, estimation simultanée du paramètre de Hurst et de la volatilité, Corinne Berzin et José R. León
Corinne.Berzin@upmf-grenoble.fr, *jleon@euler.ciens.ucv.ve*

RÉSUMÉ. Soit $\{b_H(t), t \in \mathbb{R}\}$ le mouvement Brownien fractionnaire de paramètre $0 < H < 1$. Lorsque $1/2 < H$, nous considérons des équations de diffusion de la forme

$$X(t) = c + \int_0^t \sigma(X(u))\, \mathrm{d}b_H(u) + \int_0^t \mu(X(u))\, \mathrm{d}u.$$

Nous proposons dans des modèles particuliers où, $\sigma(x) = \sigma$ ou $\sigma(x) = \sigma\, x$ et $\mu(x) = \mu$ ou $\mu(x) = \mu\, x$, un théorème de la limite centrale pour des estimateurs de H et de σ, obtenus par une méthode de régression. Ensuite, pour ces modèles, nous proposons des tests d'hypothèses sur σ. Dans les modèles plus généraux ci-dessus nous proposons de l'estimation fonctionnelle sur $\sigma(\cdot)$ basée sur la convergence de fonctionnelles des accroissements doubles du mBf.

Sur l'estimation de la régularité d un processus à partir de données bruitées, Marc Hoffmann
Marc.Hoffmann@univ-mlv.fr

Nous tenterons de faire le point sur le problème de l'inférence paramétrique pour des processus diffusifs observés avec des erreurs. La nature de ces erreurs peut être liée à des problèmes de discrétisation, d'arrondis, d'échelle - l'observation microscopique ne vit pas dans une échelle diffusive – ou simplement de bruits exogènes. Ces questions connaissent un regain d'activité lié à des questions d'économétrie pour l'étude de données financières haute fréquence en présence de ce que l'on appelle bruit de microstructure.

Deux extensions du mouvement brownien fractionnaire, Rachid Harba
Rachid.Harba@univ-orleans.fr

Le mouvement brownien fractionnaire (fbm) est un modèle pour les signaux et images non stationnaires qui présentent des caractéristiques fractales. Cependant, pour de nombreuses applications, le paramètre H qui devait être compris en 0 et 1 strictement et constant dans toute la gamme fréquentielle ne respecte pas toujours ces spécifications. Nous proposons deux extensions du fbm qui permettent :

- de repousser la limite $H<1$ [P1],
- d'avoir un comportement fréquentiel par morceaux [P2].

[P1] E. Perrin, R. Harba, C. Berzin-Joseph, I Iribarren, A. Bonami, nth-order fractional Brownian motion and fractional Gaussian noises, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 45, N° 5, pp. 1049-1059, 2001.
[P2] E. Perrin, R. Harba, R. Jennane, I. Iribarren, Piecewise Fractional Brownian Motion, *IEEE Trans. on Signal Processing*. Vol. 53, N° 3, pp. 1211-1215, 2005.

Champs gaussiens seuillés, Ileana Iribarren
ileanairi@gmail.com

On modélise certains milieux poreux par un champ aléatoire gaussien seuillé, c'est-à-dire, si X est un champ gaussien stationnaire centré indexé par les points de l'espace et si u est un niveau fixé, on définit le champ booléen Y par : $Y(x)=1$ si $X(x) \geq u$; $Y(x)=0$ si $X(x) < u$.
On peut calculer la covariance de Y à partir de celle de X et on en déduit que Y est stationnaire au second ordre. On étudie aussi ce qu'on appelle « les distributions de cordes » de Y : on trace des lignes parallèles et on définit les « cordes » comme les intervalles pendant lesquels Y vaut 0 ou vaut 1. Si on restreint X à une ligne, les cordes correspondent aux excursions au-dessus du niveau u. Nous utilisons la théorie des excursions des processus uni-dimensionnels (Cramer & Leadbetter, 1967) pour décrire les cordes et estimer les paramètres du champ Y.

Simulations de champs fractionnaires, Céline Lacaux
Celine.Lacaux@iecn.u-nancy.fr

Travail en collaboration avec S. Cohen et M. Ledoux de l'Université Toulouse III

Les champs fractionnaires (ou plus généralement indéfiniment divisibles) ont en général une représentation sous la forme d'intégrale stochastique du type :

$$X(t) = \int f(t,\xi)M(d\xi)$$

où M est une mesure aléatoire indéfiniment divisible et le noyau f est une fonction déterministe. Nous nous intéressons à la partie non gaussienne de ces champs. La méthode de simulation généralise celle proposée dans le cas des champs de Lévy multifractionnaires à des champs n'étant pas a priori du second ordre. Elle est basée sur une représentation en série de bruits généralisés ainsi que sur une approximation en loi par un mouvement brownien fractionnaire. La vitesse de convergence de la série dépend de l'asymptotique de la fonction f quand $\xi \to +\infty$. Nous donnerons notamment plusieurs exemples de simulation de trajectoires de champs fractionnaires stables.

Le modèle feuille morte avec loi d'échelle : un champ aléatoire pour modéliser l'irrégularité des images en conservant le phénomène d'occlusion, Yann Gousseau et François Roueff
gousseau@tsi.enst.fr, roueff@tsi.enst.fr

Après avoir introduit le modèle feuilles-mortes (f.m.) de la Morphologie Mathématique et justifié l'utilisation de lois en puissance pour la représentation des images naturelles, nous détaillons la construction du "modèle feuilles mortes à loi d'échelle", qui présente la particularité de contenir des détails à toutes les échelles tout en rendant compte du phénomène d'occultation. Ce modèle est obtenu comme limite d'une suite de modèles f.m., lorsque la taille des objets tend vers 0. Par la suite, nous établissons la régularité Besov de ce modèle en fonction d'un unique paramètre d'échelle du modèle et proposons un estimateur statistique de ce paramètre.