

L'ÉQUATION DU FUTUR ... QUI VIENT DU PASSÉ

Par Tadeusz Sliwa

Dans la période de transformation que nous vivons, les algorithmes sont partout et nous les utilisons sans le savoir. Une équation datant de 1800 est pourtant présente dans chacun d'eux : la Transformée de Fourier inventée par Joseph Fourier (1768-1830). Si son objet d'études, en tant que physicien, fut la diffusion de la chaleur, sa méthode mathématique se révèle toujours d'une incroyable modernité, des ondes à la mécanique quantique. Son héritage scientifique est aujourd'hui très présent : télécommunications, imagerie médicale, synthèse musicale, astronomie, etc.

EN ASTRONOMIE, LA RECHERCHE DES EXOPLANÈTES fait appel à la Transformée de Fourier. Ici le Très Grand Télescope (VLT) de l'ESO au Chili.

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \xi} dx$$

Ainsi en parle Cédric Villani, médaille Fields 2010 (« Nobel des maths ») dans son livre *Théorème Vivant* : « L'analyse de Fourier sert à tout : à analyser les sons et à les graver sur un CD, mais aussi à analyser les images et à les transmettre par Internet, ou à analyser les variations du niveau de la mer et à prédire les marées [...] l'influence de Joseph Fourier est maintenant bien plus importante que celle de Hugo lui-même ; son « grand poème mathématique » (comme disait Lord Kelvin), enseigné dans tous les pays du monde, est utilisé chaque jour par des milliards d'humains qui ne s'en rendent même pas compte. » Pour Fourier, l'étude de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques. Il évoque le lien entre l'analyse mathématique et les phénomènes naturels : « [...] cette science difficile se forme avec lenteur, mais elle conserve tous les principes qu'elle a une fois acquis ; elle s'accroît et s'affermi sans

cesse au milieu de tant de variations et d'erreurs de l'esprit humain. Son attribut principal est la clarté. Elle n'a point de signes pour exprimer les notions confuses. Elle rapproche les phénomènes les plus divers, et découvre les analogies secrètes qui les unissent. Si la matière nous échappe comme celle de l'air et de la lumière par son extrême ténuité, si les corps sont placés loin de nous, dans l'immensité de l'espace, si l'homme veut connaître le spectacle des cieux pour des époques successives que sépare un grand nombre de siècles, si les actions de la gravité et de la chaleur s'exercent dans l'intérieur du globe solide à des profondeurs qui seront toujours inaccessibles, l'analyse mathématique peut encore saisir les lois de ces phénomènes. Elle nous les rend présents et mesurables, et semble être une faculté de la raison humaine, destinée à suppléer à la brièveté de la vie et à l'imperfection des sens ; et ce qui est plus remarquable encore, elle suit la même marche dans l'étude de tous les phénomènes ; elle les >



UNE DIMENSION HUMAINE

Véritable exemple pour la jeunesse, Fourier représente aussi une dimension humaine. Né à Auxerre en 1768 dans une famille modeste, Joseph est orphelin à 10 ans. Recueilli par un organiste, il est élevé au collège d'Auxerre où ses talents sont remarquables. Il y revient comme professeur en 1785 et participera activement à la Révolution au sein de la Société populaire d'Auxerre. En 1793, lors de la levée de 300 000 hommes, ses talents d'orateur provoquent tant d'enrôlements volontaires que le tirage au sort devient inutile. Préfet de l'Isère de 1802 à 1815, il publie dans le même temps *La théorie de la chaleur*.

» interprète dans le même langage, comme pour attester l'unité et la simplicité du plan de l'univers, et rendre encore plus manifeste cet ordre immuable qui préside à toutes les causes naturelles. »

Pour décrypter le langage de la nature, Fourier déroule un véritable programme. Celui-ci fait la part belle à la dimension opérative : on perfectionnera les instruments et l'on multipliera les expériences. Il insiste aussi sur le fait d'approfondir les méthodes de calcul jusqu'aux dernières applications numériques, condition nécessaire de toute recherche, sans lesquelles on n'arriverait qu'à des transformations inutiles. Cette philosophie préfigurant l'approche moderne qui combine modélisation, incessants allers-retours théorie-pratique et calcul scientifique, n'était pas du goût de tous. Peu de temps après la mort de Fourier, le mathématicien Jacobi (1804-1851) écrivait ainsi à son confrère Legendre : « Il est vrai que M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels ; mais un philosophe

comme lui aurait dû saisir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question de système du monde. » Cette dernière conception, opposant mathématiques pures et appliquées, règnera sans partage durant près de 150 ans, atteignant son apogée au xx^e siècle, sous la domination du groupe Bourbaki¹. L'un de ses membres les plus emblématiques, le mathématicien Jean Dieudonné, écrira un livre intitulé *Pour l'honneur de l'esprit humain*, ouvrant celui-ci sur la célèbre citation de Jacobi. Ces aspects sont notamment évoqués dans *Bourbaki, Une société secrète de mathématiciens* (Maurice Ma-shaal, Belin 2002). Cette époque est révolue, comme le souligne Jean-Pierre Kahane dans son discours à l'Académie des Sciences en août 2005, intitulé à juste titre *Le retour de Fourier*. Revenons donc au décryptage de l'unité et de la

¹ Nicolas Bourbaki mathématicien imaginaire, sous le nom duquel un groupe de mathématiciens francophones s'est formé en 1935.

simplicité du plan de l'univers, simplicité qui étonnera Albert Einstein un siècle plus tard : « ce qui est incompréhensible, c'est que le monde soit compréhensible. » Enfonçons le clou avec les mots du mathématicien et philosophe Henri Poincaré (1854-1912) : « *La Théorie de la Chaleur de Fourier est un des premiers exemples d'application de l'analyse à la physique [...]. Les résultats qu'il a obtenus sont certes intéressants par eux-mêmes, mais ce qui l'est plus encore est la méthode qu'il a employée pour y parvenir et qui servira toujours de modèle à tous ceux qui voudront cultiver une branche quelconque de la physique mathématique.* »

UN HÉRITAGE UNIVERSEL

Dès le départ, Fourier est conscient de l'universalité de son héritage : « *Les équations du mouvement de la chaleur, comme celles qui expriment les vibrations des corps sonores, ou les dernières oscillations des liquides, appartiennent à une des branches de la science du calcul les plus récemment découvertes.* » Si les vibrations des corps sonores arrivent juste après l'équation de la chaleur, ce n'est probablement pas un hasard. Fourier connaît l'importance depuis Pythagore du problème de la vibration d'une corde tendue, suite par exemple à un pincement. Pythagore (vi^e siècle avant J-C) mit le premier en évidence les rapports étroits qui unissent la musique et le nombre. Platon, souvent en accord avec les Pythagoriciens d'après Aristote, préconisa la mathématisation de la musique (cf. *La République*). L'analyse mathématique s'est développée de concert avec l'étude du problème de la corde vibrante, jusqu'à Fourier qui s'y pencha aussi, posant notamment la question de la nature de ce que nous appelons une fonction. L'Analyse de Fourier permet de résoudre la

question en décrivant à chaque instant la forme que prend la corde comme une somme d'harmoniques en cours d'amortissement. Cela illustre l'idée visionnaire de considérer tout phénomène physique comme une somme d'oscillations (co-)sinusoïdales, entièrement déterminées par les formules de Fourier. Aujourd'hui, la transcription du phénomène physique en signal (mécanique, électrique, optique, chimique) à l'aide d'un capteur autorisera l'automatisation des calculs pratiques induits par ces formules. Par exemple, sur le schéma ci-contre, le signal 4 correspond à la somme des trois oscillations 1+2+3. Si le signal possède une période T, i.e. s'il se répète toutes les T secondes, il y a présence d'un rythme fondamental (fréquence $f_0=1/T$; unité : un Hertz correspond à une répétition par seconde) et uniquement de multiples de celui-ci (ici double et triple de la fréquence du fondamental) dites harmoniques, vocable qui résonne telle l'harmonie des sphères de Pythagore². L'amplitude des vibrations correspondantes est représentée par le diagramme en bâtons (5) tandis que le décalage, usuellement appelé déphasage et correspondant intuitivement à un retard angulaire pour un objet en rotation, est représenté en bas (6). Ce dernier s'évalue généralement en degrés, cf. positions décalées des planètes en rotation autour du soleil dans le modèle de Kepler (1571-1630). Exemple : l'opposition de planètes correspond à un angle de 180°. Le mouvement des astres a de tous temps inspiré les savants. Le mathématicien perse Al-Tusi (1201-1274) avait prouvé qu'une

composition de deux mouvements circulaires pouvait aboutir à un mouvement rectiligne. Cela peut être vu comme un cas particulièrement simple de somme d'oscillations à même d'illustrer la puissance descriptive de ce type de procédé.

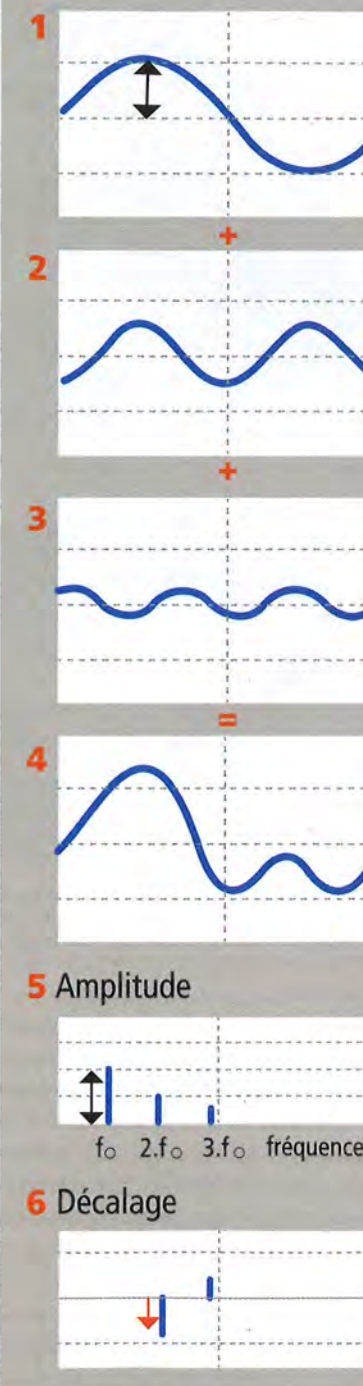
Si le signal n'est pas périodique, toutes les fréquences peuvent être présentes et l'on utilise une Transformée de Fourier en lieu et place des séries³ du même nom. L'écriture moderne de la Transformée de Fourier, avec x représentant l'abscisse, qui peut être spatiale plutôt que temporelle, et ξ la fréquence. L'utilisation de l'exponentielle complexe permet d'inclure amplitude et phase en une seule notation symbolique.

Fourier lui-même a grandement contribué à l'usage de notations symboliques aujourd'hui omniprésentes en mathématiques et en physique telles que \sum pour dénoter la sommation d'une série d'éléments. Et les nombres régressent même le feu, comme cité dans le texte de la soumission de Fourier en 1811 à l'Académie des Sciences : *Et ignem regunt numeri*⁴, attribuée à Platon. Cependant, si Fourier obtient en 1812 le grand Prix de mathématiques de l'Institut, ce n'est qu'en 1822 que sera publiée la version définitive de sa *théorie analytique de la chaleur*.

L'IRM, ISSUE DE SES TRAVAUX

Le numéro de *Sciences et Avenir* de juin 2014 titrait sur les 17 équations qui ont changé le monde : Einstein, Newton, Fourier, etc. L'autre Français listé parmi les dix noms en couverture, Navier, pour l'équation de la mécanique »

L'ANALYSE DE FOURIER décrit tout phénomène physique comme une somme d'oscillations (co) sinusoïdales



² L'harmonie des sphères ou Musique des Sphères : théorie d'origine pythagoricienne, fondée sur l'idée que l'univers est régi par des rapports numériques harmonieux, et que les distances entre les planètes dans la représentation géocentrique de l'univers - Lune, Mercure, Vénus, Soleil, Mars, Jupiter, Saturne, sphère des fixes - sont réparties selon des proportions musicales, les distances entre planètes correspondant à des intervalles musicaux. (Wiki)
³ Les séries de Fourier sont un outil fondamental dans l'étude des fonctions périodiques.
⁴ « Même le feu est régi par les nombres » : c'est la citation attribuée à Platon que porte en exergue la *Théorie Analytique de la chaleur* de Joseph Fourier.

L'ÉQUATION DE LA CHALEUR

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} \right)$$

Variation de la température (T) au cours du temps (t)

Constantes physiques qui dépendent du corps dans lequel la chaleur se propage

Coordonnées de l'objet



L'IMAGEUR D'EXOPLANÈTES SPHERE (Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch) dédié à la recherche systématique ainsi qu'à l'étude d'exoplanètes et installé sur le Très Grand Télescope (VLT) de l'ESO à l'Observatoire du Cerro Paranal dans le désert d'Atacama au Chili. Utilisant l'analyse de Fourier, il permet l'étude des astres dans les longueurs d'onde allant du visible à l'infrarouge.

des fluides, fut élève de Fourier, et tout comme lui bourguignon (Dijon pour Navier, Auxerre pour Fourier). Dans ce numéro, une double page est consacrée à la transformée de Fourier, outil universel pour le traitement du signal (son, lumière, images) et véritable couteau suisse de la physique. Ainsi en va-t-il de l'imagerie médicale, et tout particulièrement de l'IRM.

Il peut paraître surprenant que la Transformée de Fourier (TF), en sus de la fréquence et de l'amplitude, fournisse la durée des signaux. De fait, l'excitation d'un système physique s'accompagne généralement d'un amortissement. Celui-ci se traduit par un étalement des fréquences observées (spectre). Non content de caractériser le signal capté, une TF spatiale, exploitant les propriétés du champ magnétique émis, permet, à partir du plan dit de Fourier, la localisation nécessaire à l'obtention de l'image observée.

Ainsi, le rôle de l'Analyse de Fourier est ici double :

Aujourd'hui, l'héritage de Fourier, nous permettant littéralement d'« entendre l'univers », est plus que jamais d'actualité

- fournir une information sur la composition chimique grâce à une technique dite de spectroscopie par Résonance Magnétique Nucléaire (RMN),

- visualiser la morphologie interne de l'organisme. L'Imagerie par Résonance Magnétique révolutionne ainsi la médecine en permettant littéralement d'observer l'intérieur du corps (illustration : Centre de Culture Scientifique Technique et Industrielle de Bourgogne, CCSTIB). Si l'IRM combine spectroscopie et imagerie, la TF se retrouve dans un très grand nombre de techniques spectroscopiques ou spectrométriques, procédés permettant de révéler et quantifier la nature intime de la matière (contrôle de pollution par exemple) grâce le plus souvent à son interaction (dispersion, ab-

sorption, émission, diffusion, etc.) avec une onde électromagnétique (dont lumière visible, infrarouges, rayons X, etc.), comme dans un très grand nombre de techniques d'imagerie (dont l'acquisition tomographique que la TF améliore). Nous ne rentrerons pas dans le détail des techniques existantes, il suffit de comprendre qu'une onde (lumière par exemple) est naturellement composée d'oscillations ou de sommes d'oscillations (co-)sinusoïdales, généralement temporelles et spatiales (on parle alors de longueur d'onde λ plutôt que de période). La TF étant conçue pour l'étude de ces composantes, il n'est pas surprenant qu'elle intervienne. Si l'on ajoute que la physique est dans une bonne part ondulatoire, l'expression *couteau suisse de la physique s'éclaire*, que cela

soit pour comprendre les phénomènes, les mesurer ou les manipuler.

La spectroscopie à Transformée de Fourier, moins onéreuse que des techniques moins calculatoires, est basée sur un interféromètre. Lorsque des ondes se « somment », elles provoquent des interférences constructives ou destructives. Il suffit de penser à des vagues ou ondulations à la surface de l'eau : si deux familles, provenant de deux sources d'agitations différentes, se rencontrent, alors creux et bosses se somment. Deux bosses ou creux donnent une bosse ou creux plus grand tandis que bosses et creux se compensent. Nous retrouvons une sommation d'oscillations telle qu'exprimée dans la TF. Cette technique est apparue en astronomie où le spectre était difficilement séparable du bruit de fond sans passer par l'Analyse de Fourier. Ainsi, le Planetary Fourier Spectrometer est un spectromètre infrarouge permettant d'étudier la composition chimique de l'atmosphère de Mars ou Vénus.

DES APPLICATIONS EN BIOLOGIE ET ASTRONOMIE

Dans le livre *Les mathématiciens de l'antiquité au XXI^e siècle* (éditions Belin en 2012) est évoqué Joseph Fourier, ainsi que sa protégée Sophie Germain, parmi les génies déclinés. Des figures de diffraction par rayons X nous rappellent que les techniques de l'Optique dite de Fourier ont notamment permis pour la première fois de révéler la structure en double hélice de l'ADN. Une diffraction a lieu lorsqu'une onde rencontre un obstacle d'un



L'IEEE FOURIER AWARD FOR SIGNAL PROCESSING est décerné tous les ans par la plus importante organisation mondiale pour l'avancement technologique au service de l'humanité.

ordre de grandeur comparable à sa longueur d'onde. Elle se disperse alors en interférant avec elle-même comme si chaque point de l'obstacle se comportait telle une nouvelle source et réémettait l'onde. Cela donne lieu à une figure dite de diffraction, correspondant directement à une Transformée de Fourier (TF). Il ne reste plus qu'à effectuer une TF inverse pour retrouver la structure de l'obstacle qui a diffracté le rayonnement utilisé. Cette technique est très utile en cristallographie ou encore pour la visualisation de protéines. Le principe des interférences est aussi à la base de l'holographie, application de l'Optique de Fourier. Elles peuvent se révéler utiles pour combiner les signaux en provenance de plusieurs télescopes afin de dépasser les limitations de diamètre qui contraignent leurs performances. L'astronomie a d'une manière générale joué un

grand rôle dans le développement de l'utilisation des techniques dites de Fourier.

En acoustique, où les creux et les bosses correspondent à des dépressions et des suppressions, contrôler les interférences permet notamment la mise au point de techniques anti-bruit actives, aujourd'hui disponibles dans de nombreux équipements professionnels et grand-publics. Pour que le haut-parleur puisse renvoyer des sons qui se compensent, c'est-à-dire des ondes de pression en opposition de phase, il est nécessaire de connaître les caractéristiques de ceux captés par le haut-parleur, grâce à une TF.

D'une manière générale, tout l'univers du son numérique en est imprégné, de l'accordeur à la reconnaissance de la parole, en passant par l'analyse sonore et la synthèse musicale ou le format MP3 pour ne citer que les applications les plus connues.

SON INFLUENCE DANS LA TÉLÉPHONIE ET L'ÉLECTRONIQUE

Dans le domaine des ondes électromagnétiques, les outils de Fourier sont omniprésents : aussi bien radiodiffusion ou télédiffusion, transmission (annulation d'écho, compensation de déformation, etc.) et communication (filtration, modulation d'amplitude, etc.) d'une manière générale, que traitement des données médias (compression/décompression, débruitage, correction, authentification, etc.). À tel point que les processeurs des téléphones portables, à l'instar de ceux inclus dans d'autres équipements embarqués, comme dans les véhicules, étant spécialisés dans le traitement du signal en temps-réel (DSP : Digital Signal Processor), ont été à l'origine conçus pour et autour des calculs de transformées de Fourier rapides (FFT : Fast Fourier Transform).

À signaler que l'OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing), codage utilisé en présence de trajets multiples comme pour l'ADSL, le Wifi ou les réseaux mobiles à source multiple (4G par exemple) est aussi basé Transformée de Fourier (TF). L'importance de cette dernière est telle qu'une entreprise australienne de services en technologies de l'information et de la communication a directement pris le nom de Fourier. Son slogan : simplifier, transformer, optimiser ; à l'image de la TF qui permet de résoudre des problèmes en les décomposant en éléments aisés à manipuler.

De nos jours, grâce aux progrès de l'électronique, les TF sont réalisées à l'aide d'analyseurs numériques. Un capteur transforme la grandeur observée en signal électrique. Pour un champ magnétique, une antenne suffit. ➤



LES TECHNIQUES DE L'OPTIQUE DITE DE FOURIER ont notamment permis pour la première fois de révéler la structure en double hélice de l'ADN.

L'ANNÉE FOURIER

À l'occasion du 250^e anniversaire de la naissance de Joseph Fourier de nombreuses manifestations sont organisées dans l'hexagone. Le 14 mars 2018, Cédric Villani a souligné sa modernité lors d'une conférence intitulée « De Fourier à aujourd'hui : comprendre le défi de l'intelligence artificielle » donnée à Auxerre.

MARS

« SUR LES TRACES DE JOSEPH FOURIER DANS SA VILLE NATALE D'AUXERRE »

Parcours urbain permettant de découvrir les richesses du patrimoine auxerrois et la présence de Joseph Fourier, hier comme aujourd'hui. En accompagnement : exposition « Fourier 1768-2018 » au Muséum d'Auxerre. À partir du 21 mars 2018

AVRIL

« FOURIER, DE LA RÉVOLUTION FRANÇAISE À LA RÉVOLUTION NUMÉRIQUE »

Exposition à l'Institut Henri Poincaré. Du 4 avril au 30 juin 2018, 11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

« FOURIER AUJOURD'HUI »

Conférence organisée par Stéphane Jaffard dans le cadre de Mathématiques en mouvement (Fondation Sciences Mathématiques de Paris), avec le parrainage de l'Académie des sciences.

Intervenants :

Claire Boyer, Éric Chassande-Mottin, Jean Dhombres, Céline Esser, Patrick Flandrin, Thomas Hélie. Le 7 avril 2018 de 10h à 17h à l'Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

JUILLET

« CURVES AND SURFACES 2018 »

Conférence où les thématiques de l'analyse de Fourier seront représentées dans des exposés d'Emmanuel Candes et de Phillip Grohs, ainsi que dans le mini-symposium « Advances on Prony's methods » animé par Stéfan Kunis. Du 28 juin au 4 juillet à Arcachon. Programme complet sur : cs2018.sciencesconf.org

OCTOBRE

« FOURIER L'ÉGYPTIEN »

Conférence par Alain Cattagni, président de la Société des Sciences Historiques et Naturelles de l'Yonne. Le 6 octobre à 16h30, 1 rue Marie-Noël à Auxerre

« L'HÉRITAGE DES OUTILS DE FOURIER EN PHYSIQUE ET EN ASTRONOMIE »

Conférence organisée par la Société Française de Physique Bourgogne-Franche-Comté et la Société Astronomique de Bourgogne, avec le parrainage de l'Académie des sciences. Le 11 octobre à 14 h, Université de Bourgogne, Dijon

» Pour un micro, il s'agit d'une membrane liée à une bobine qui se déplace autour d'un aimant, provoquant une circulation de courant par induction (comme pour les variations de champ dans une antenne). Le signal électrique est ensuite amplifié puis numérisé. Cette dernière opération comporte un échantillonnage, ce qui revient à prélever régulièrement une valeur, puis une quantification, c'est-à-dire que cette valeur est convertie en nombre, avec un codage plus ou moins fidèle (exemple : 8-16-32 unités d'information/bits). Pour ne pas perdre d'information, l'échantillonnage respecte le critère de Shannon : sa fréquence est supérieure à deux fois la fréquence utile maximale présente dans le signal (cf. cependant les travaux récents de T. Tao et E. Candès dépassant cette limite). Ensuite, une FFT est appliquée.

Les analyseurs sont des dispositifs courants, souvent portables, comme par exemple pour la maintenance industrielle sur site de production. L'analyse des vibrations, captée à l'aide par exemple d'un piezzo électrique (transforme une contrainte mécanique en tension électrique), permet le diagnostic des défauts et la prévention des pannes des machines sans besoin de les ouvrir.

DE LA CYBERNÉTIQUE À L'EFFET DE SERRE

De manière générale, la notion dite de filtre intervient dans tous les domaines de l'EEA (électronique, électrotechnique, automatique). Toutes sortes de manipulations sont effectuées sur les signaux. Ils servent à commander des actionneurs qui transforment les signaux électriques en action physique : haut-parleur (idem micro, le courant provoquant le mouvement de la membrane), four (résistance chauffante), bras robotisé, etc. L'action observée peut être observée par un capteur et réinjectée dans le système. C'est la notion de rétroaction introduite par Norbert Wiener (1894-1964), père de la cybernétique, qui a longuement étudié et mis à profit les outils de Fourier. Après ajustement à la tâche désirée, le système est contrôlé. Ces techniques se sont considérablement développées lors et après la seconde guerre mondiale (radar, missiles, etc.). Elles sont présentes aussi bien dans les systèmes électrotechniques, les systèmes de production automatisés que dans les systèmes électroniques embarqués dans les véhicules. Le traitement du bruit et autres perturbations présent dans nombre de ces systèmes a fortement contribué à la science du traitement du signal.



© G. G. 86

Un article du *Monde* du 15 juillet 2014 intitulé *Ingrid Daubechies la baronne des maths* évoque une autre figure féminine qui s'inscrit dans l'héritage scientifique de Fourier. Il laisse son nom à une famille d'ondelettes des plus pratiques, outil qui révolutionne le traitement du signal depuis une trentaine d'années. Les ondelettes, descendance de l'Analyse de Fourier, découvertes par l'ingénieur Jean Morlet pour les besoins des études de sols dont la prospection pétrolière est friande, avant d'être proprement formalisées par Yves Meyer, qui a reçu cette année le prestigieux Prix Abel, révèlent désormais leur efficacité dans un nombre d'applications croissant de jour en jour, de l'analyse sismique à la compression ou la dissimulation de données.

Ainsi, le JPEG2000 améliore le JPEG (format de compression d'images basé Fourier), en utilisant un dictionnaire de représentation des images non plus constitué d'oscillations (co-)sinusoïdales mais d'oscillations localisées. Tout démarre cependant par l'étude des sols qui peut se faire en écoutant comment un son, ici suffisamment intense pour des raisons physiques et suffisamment bref pour des raisons mathématiques, typiquement une détonation, se propage dans le sol. L'utilisation d'un son ou d'un ultrason à des fins exploratoires n'est pas nouvelle, et pas seulement par les chauves-souris.

On pourra citer notamment le sonar ou l'échographie. Une information intéressante est fournie par la fréquence perçue qui se trouve modifiée par la vitesse d'éloignement ou de rapprochement de la cible : c'est l'effet Doppler (flux sanguin pour l'échographie



LA TRANSFORMÉE DE FOURIER est qualifiée de véritable couteau suisse de la physique. Elle est en effet l'outil universel pour le traitement des signaux son, lumière et images ; utilisé aussi bien en thermographie que pour compresser des images et des sons.



© G. G. 86

médicale). Cela s'applique aussi à l'électromagnétisme avec les radars (y compris certains radars de contrôle de vitesse routière). Là encore, les outils de Fourier se révèlent utiles. Jusqu'à la détection toute récente des ondes gravitationnelles. Ainsi, aujourd'hui, l'héritage de Fourier, nous permettant littéralement d'« entendre l'univers », est plus que jamais d'actualité.

Que dire des débats sur le réchauffement climatique et le développement durable ? Outre le fait que Fourier soit à l'origine du concept d'effet de serre (cf. *Sur les origines de l'effet de serre et du changement climatique* aux éditions La ville qui brûle), il est le premier à signaler

Pour aller plus loin...



À LIRE

MDPI Entropy consacrera un numéro spécial en anglais à Joseph Fourier. Il explorera des sujets modernes liés à l'analyse de Fourier et à l'équation de la chaleur : « *Joseph Fourier 250th Birthday: Modern Fourier Analysis and Fourier Heat Equation in Information Sciences for the XXIst Century* ». Informations : www.mdpi.com/journal/entropy/special_issues/fourier

17 équations qui ont changé le monde, Ian Stewart, Ed. Robert Laffont



SITES

www.ccstib.fr/category/joseph-fourier/

www.lewebpedagogique.com/josephfourier/

www.mathouriste.eu/Fourier/Fourier



FourierCestFou



que l'activité humaine puisse avoir une influence sur le climat. Moderne, la philosophie de Fourier, à côté de l'étude approfondie de la nature, tient aussi compte de ce que Jacobi avait décrié comme l'utilité publique, assumant pleinement son rôle de savant dans la cité. Ainsi, au service de l'État en tant que préfet, Fourier ira jusqu'à effectuer des calculs de chauffage des bâtiments, réfléchissant à l'usage de l'énergie solaire et de la géothermie, et mettant au point des formules de calcul d'isolation des parois toujours utilisées de nos jours.

HOMMAGES RENDUS

Joseph Fourier est devenu l'un des plus grands noms des sciences, comme l'attestent les plus célèbres vulgarisateurs : Stephen Hawking l'inclut au sein de son choix des 17 personnages aux textes commentés dans *Et Dieu créa les nombres*. Il fit partie de la première promotion de l'École normale supérieure, celle de l'an III, fut professeur à l'École Polytechnique (X), secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, membre de l'Académie française et de la Royal society.

Il joua aussi un rôle important dans la naissance de l'égyptologie scientifique en langue française, non seulement comme chargé de l'édition de la *Description de l'Égypte*, premier et monumental ouvrage du genre, mais aussi comme ami des frères Champollion, protecteur déterminant dans la vocation du cadet, Jean-François, déchiffreur des hiéroglyphes. Ce dernier, comme en reconnaissance, se fit enterrer au Père Lachaise à proximité de son héros, Fourier mort à Paris en 1830. Devant l'Académie, au décès de Joseph Fourier, c'est Arago qui prononce l'hommage du défunt.

Un comité a été constitué, sous la présidence de Patrick Flandrin de l'Académie des sciences, pour coordonner les commémorations nationales en 2018. ♦ T.S.