

Une fréquence peut-elle être instantanée ?

Patrick Flandrin

CNRS & École Normale Supérieure de Lyon, France



"Produire le temps", IRCAM, Paris, juin 2012

temps et périodicités

- 1 **construire** un référentiel et **mesurer** (en “comptant”)
- 2 **reconnaître** des cycles et **prédire** (marées, éclipses, ...)



ondes et vibrations

ordre et désordre

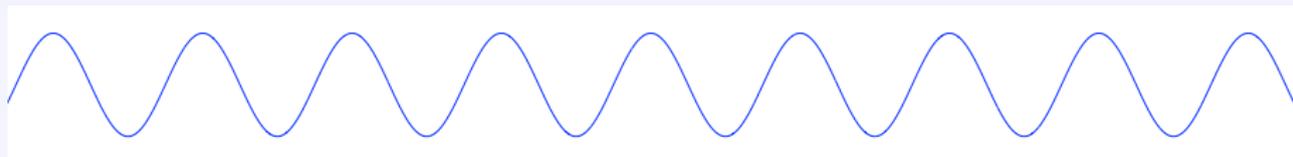
Rythmes, cycles et oscillations un peu partout

- *astronomie (planètes, comètes, éclipses, marées, ...)*
- *climat (saisonnalités, crues, ...)*
- *électromagnétisme (optique, radio, ...)*
- *mécanique (moteurs, turbines, machines tournantes, ...)*
- *acoustique (parole, musique, ...)*
- *biologie (système nerveux autonome, rythmes circadiens, ondes cérébrales, ...)*

Mais aussi

- *bruits (turbulence, fluctuations thermiques, boursières, ...)*
- *événements fugitifs (séismes, tsunami, explosions, ...)*
- *formes irrégulières*

sinus et cosinus



- 3 paramètres pour décrire une oscillation harmonique
 - ① amplitude
 - ② fréquence
 - ③ phase
- 3 conséquences
 - ① amplitude constante \Rightarrow oscillation **éternelle**
 - ② fréquence fixe \Rightarrow onde **monochromatique**
 - ③ phase libre \Rightarrow **référence** d'origine des temps

Fourier



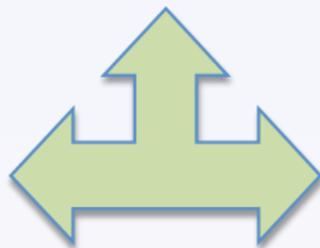
Résultat fondamental (1811)

*“toute” forme d’onde peut se représenter comme une
 superposition (éventuellement infinie) d’ondes
 monochromatiques*

200 ans de succès

« **physique** »

(équation de la chaleur)



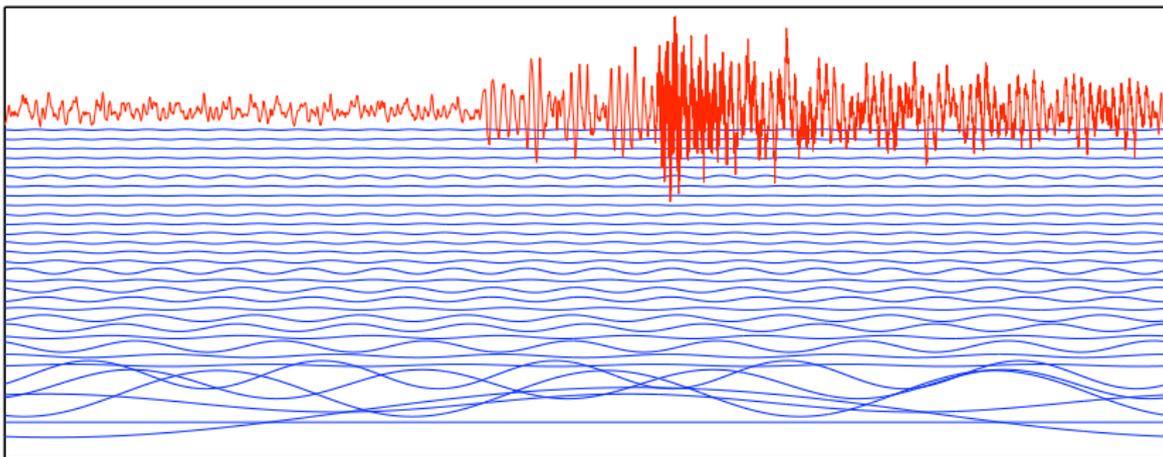
« **mathématiques** »

(analyse harmonique)

« **informatique** »

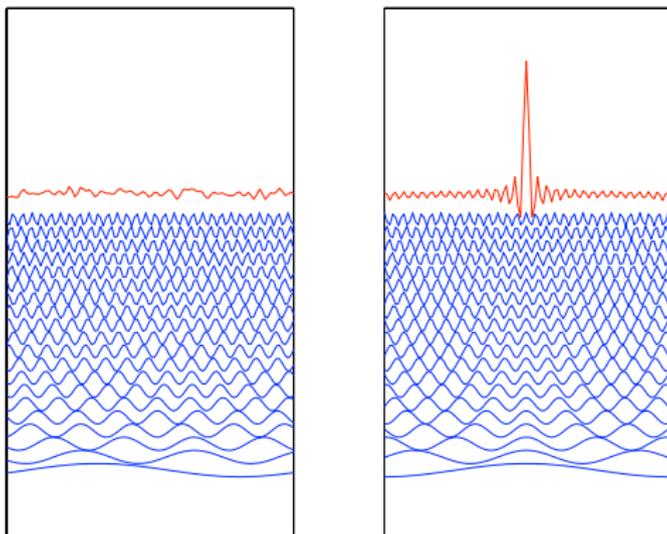
(Transformée de Fourier Rapide)

exemple



interprétation

L. de Broglie (1966) : « *La considération exclusive des ondes monochromatiques conduit à une autre conception qui me paraît erronée. Si l'on considère une grandeur qui peut être représentée, à la manière de Fourier, par une superposition de composantes monochromatiques, c'est la superposition qui a un sens physique et non les composantes de Fourier considérées isolément.* »



musique



J. Ville (1948) : « Si nous considérons en effet un morceau [de musique] contenant plusieurs mesures (ce qui est le moins qu'on puisse demander) et qu'une note, la par exemple, figure une fois dans le morceau, l'analyse harmonique [de Fourier] nous présentera la fréquence correspondante avec une certaine amplitude et une certaine phase, sans localiser la la dans le temps. Or, il est évident qu'au cours du morceau il est des instants où l'on n'entend pas le la. La représentation est néanmoins mathématiquement correcte, parce que les phases des notes voisines du la sont agencées de manière à détruire cette note par interférence lorsqu'on ne l'entend pas et à la renforcer, également par interférence, lorsqu'on l'entend ; mais s'il y a dans cette conception une habileté qui honore l'analyse mathématique, il ne faut pas se dissimuler qu'il y a également une défiguration de la réalité : en effet, quand on n'entend pas le la, la raison véritable est que le la n'est pas émis. »

pendule simple

effet Doppler

effet Doppler

effet Doppler

physique vs. mathématique

Observation

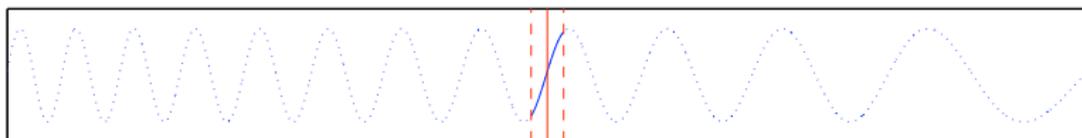
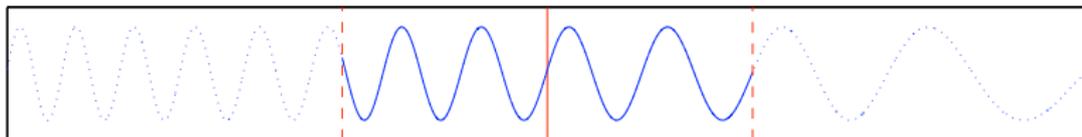
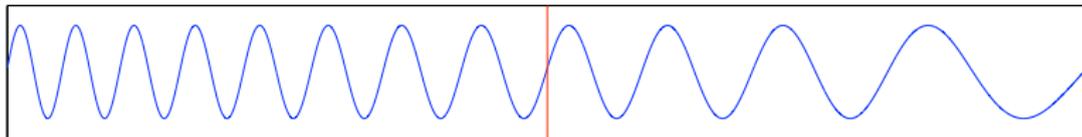
contradiction apparente entre

- ① *l'**intuition physique** d'une fréquence qui peut être perçue comme "instantanée"*
- ② *sa **définition mathématique** qui repose sur une permanence d'oscillation qui exclut toute forme de "localité" temporelle*

Question

"instantané $\stackrel{?}{=} \text{local}$ "

“instantané = local”



pas de localisation ponctuelle

« physique »

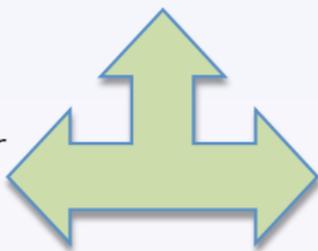
mesure simultanée de la position et de l'impulsion

(Heisenberg, 1925)

« mathématiques »

tout couple de variables de Fourier

(Weyl, 1927)

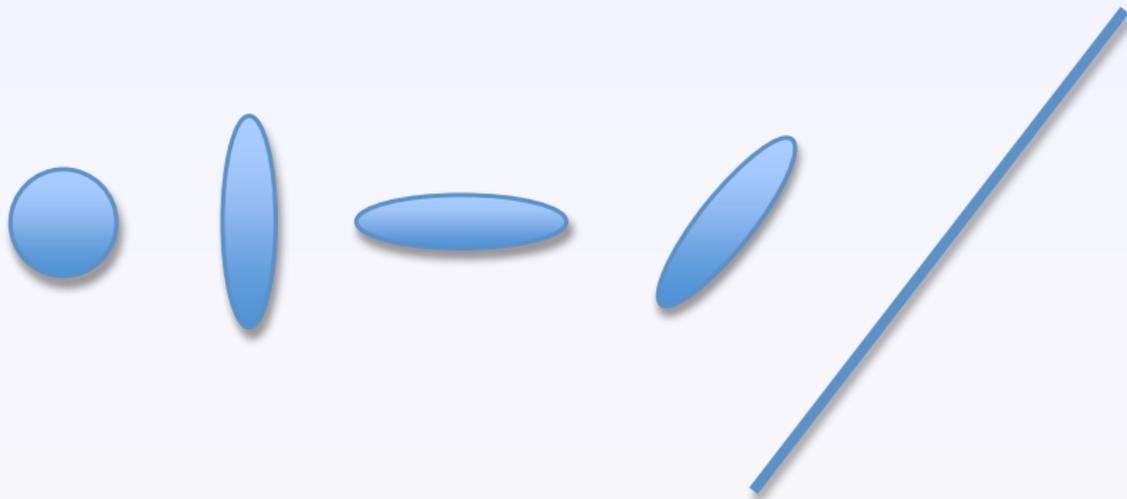


« informatique »

temps et fréquence

(Gabor, 1946 + ...)

au-delà de la localisation ponctuelle



“instantané \neq local”

- **Principe** : voir la fréquence comme liée à la vitesse de rotation d'un vecteur tournant (définition *a priori*)
- **Réalisation** : construire le vecteur tournant en adjoignant à l'oscillation réelle une composante (imaginaire) “en quadrature”
- **Quadrature** : filtre de Hilbert **non local**, à décroissance lente !

Interprétation

accès à une propriété **instantanée** via une transformation **globale**

fréquence fixe

fréquence variable

réconcilier local et global

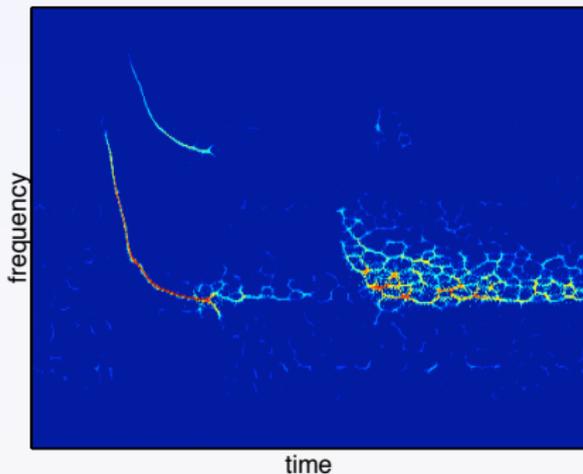
Idée

*passer de “temps **ou** fréquence” (Fourier) à “temps **et** fréquence” (Wigner, Gabor, ondelettes, . . .)*

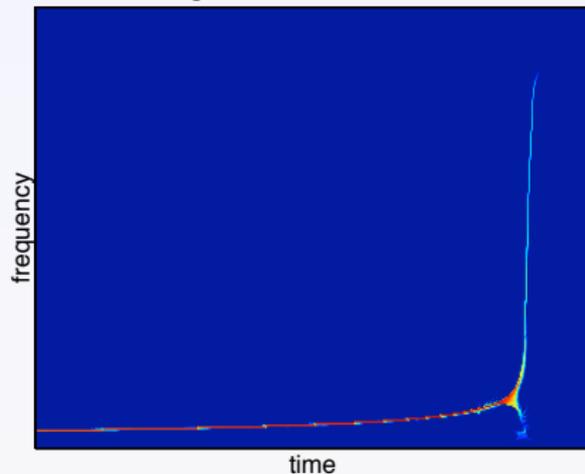
- ① approches **conjointes**
 - “offrir” à un signal 2 degrés de liberté pour déployer son énergie
 - le décrire par la structuration de sa localisation énergétique
- ② fréquences instantanées = **trajectoires** dans le plan
 - définition *a posteriori*
 - moments, points fixes ou invariants géométriques de transformations

portée mathématique

bat echolocation call + echo



gravitational wave



Fourier en filigrane

- **Acquis** : sur la base de contraintes “naturelles”, on dispose aujourd’hui de cadres de travail raisonnables pour décrire **conjointement** le temps et la fréquence et donner un sens opérationnel à la notion intuitive de “fréquence instantanée”
- **Questions ouvertes** : il n’y a cependant pas de solution unique au problème et on peut imaginer de prendre en compte d’autres propriétés (comme la **causalité**), d’adapter la notion de fréquence à des **oscillations** pas nécessairement harmoniques, . . .

“Fourier, mode d’emploi”

CHAPITRE XCIX

Bartlebooth, 5



*Je cherche en même temps
l'éternel et l'éphémère.*

Bartlebooth est une pièce rectangulaire aux