
TD 08 – \mathcal{NP} -Complétude

Exercice 1.*Questions de cours*

Soient P_1 et P_2 deux problèmes de décision, et supposons qu'on connaisse une transformation polynomiale (une réduction) de P_1 en P_2 . Répondre aux sept questions suivantes avec un maximum de deux lignes de justification par question.

1. Si $P_1 \in P$, a-t-on $P_2 \in P$?
2. Si $P_2 \in P$, a-t-on $P_1 \in P$?
3. Si P_1 est NP-complet, P_2 est-il NP-complet ?
4. Si P_2 est NP-complet, P_1 est-il NP-complet ?
5. Si on connaît une transformation polynomiale de P_2 en P_1 , P_1 et P_2 sont-ils NP-complets ?
6. Si P_1 et P_2 sont NP-complets, existe-t-il une transformation polynomiale de P_2 en P_1 ?
7. Si $P_1 \in NP$, P_2 est-il NP-complet ?

Exercice 2.*Variantes de 3-SAT*

Montrer la \mathcal{NP} -complétude des deux variantes de 3-SAT suivantes :

1. **3-SAT NAE** (*not all equal*), où l'on impose que les trois littéraux de chaque clause ne soient pas tous à la même valeur.
2. **3-SAT OIT** (*one in three*), où l'on impose qu'exactly un littéral soit à VRAI dans chaque clause.

Exercice 3.*Dominateur*

1. Étant donné un graphe $G = (V, E)$ et un entier $K \geq 3$, déterminer si G contient un dominateur de cardinal K , i.e. un sous-ensemble $D \subset V$ de cardinal K tel que pour tout sommet $u \in V \setminus D$, il existe $v \in D$ avec $(u, v) \in E$