Magistère d'Informatique et Modélisation

Exercices de λ-calcul

Novembre – décembre 2001

Exercice 3

On définit les deux termes **T** pour «vrai» et **F** pour «faux». **T** est **K** et **F** est la forme normale de **KI**.

1. Quelle est la forme normale de **KI** ?
2. Si M et N sont des formes normales, quelles sont les formes normales de $\mathbf{T}MN$ et $\mathbf{F}MN$?
3. Quel terme représenterait le connecteur **non** ? C'est-à-dire un terme tel que

$$\mathbf{non\ T} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow \mathbf{F} \quad \mathbf{non\ F} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow \mathbf{T}$$

4. On suppose que **T** et **F** représentent les booléens. Quel terme représenterait le connecteur **ou** ? C'est-à-dire un terme tel que

$$\mathbf{ou\ TT} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow \mathbf{T} \quad \mathbf{ou\ TF} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow \mathbf{T}$$
$$\mathbf{ou\ FT} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow \mathbf{T} \quad \mathbf{ou\ FF} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow \mathbf{F}$$

5. Étant donnés deux termes M et N en formes normales, on définit le terme $P_{M,N} = \lambda z.zMN$. Quelle est la forme normale de $(\lambda p.p\mathbf{T})P_{M,N}$ et de $(\lambda p.p\mathbf{F})P_{M,N}$?
6. Donnez un terme Q tel que $QP_{L,P_{M,N}} \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow N$.