# Magistère d'Informatique et Modélisation

Devoir de logique

3 octobre 2001

**Avant-propos :** Les étudiants choisiront un seul des exercices suivants. Ils pourront s'assembler en groupes dont la taille est indiquée au début de chaque exercice.

## Problème de Post

***Taille du groupe :*** jusqu'à 4.
***A rendre le*** 19 décembre 2001.

Écrivez un programme qui permet de trouver la plus petite solution d'un problème de correspondance de Post et permet ensuite de trouver des problèmes avec des très grandes plus petites solutions sur le modèle du concours proposé par le site *PCP at home*. Le travail sera jugé sur l'organisation et la (les) méthode(s) employées et la qualité du compte-rendu. Si de plus vous avez vraiment réussi à vous placer dans la liste proposée par *PCP at home*, ça n'en sera que mieux.
**Note importante :** vous pouvez utilisez les cycles de vos ordinateurs personnels et très raisonnablement les moyens de l'École, mais en aucun cas vous ne pouvez utilisez illégalement ces moyens. Si vous avez vraiment besoin de puissance de calcul, consultez-moi.

## Preuve en COQ

***Taille du groupe :*** jusqu'à 4.
***A rendre le*** 24 octobre 2001.

En ajoutant une constante `False` qui satisfait

```
(p :proposition) (theorem False => p),
```

démontrez en Coq

```
(p,q:proposition)
  (theorem (((p => False) => False) => p) => ((p => q) => p) => p).
```

Le résultat sera envoyé par courrier électronique à Pierre.Lescanne@ens-lyon.fr sous forme d'un fichier exécutable commenté.

## Fonctions convexes

***Taille du groupe :*** 2.
***A rendre le*** 17 octobre 2001.

Une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est convexe si

$$(\forall x_1 \in \mathbb{R})(\forall x_2 \in \mathbb{R}) \quad f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$

1. Montrez que pour tout $n \in \mathbb{N}^+$ et $x_1 \in \mathbb{R}, ..., x_n \in \mathbb{R}$,

$$f\left(\frac{x_1 + .... + x_n}{n}\right) \leq \frac{f(x_1) + ... + f(x_n)}{n}.$$

   Indication : On montrera entre autres que si l'inégalité est satisfaite pour $n+1$ nombres alors elle est satisfaite pour $n$ nombres.

2. Énoncez la règle d'induction utilisée sur le modèle de $Ind_C$ ci-dessous.
3. Prouvez la l'équivalence de cette règle d'induction avec la règle

$$Ind_C : (\forall P) \ ([P(0) \vee (\forall n)P(n) \Rightarrow P(n+1)] \Rightarrow (\forall k)P(k)).$$