

Licence d'Informatique fondamentale

Examen de programmation 2

2006-2007

Documents manuscripts et tapuscrits autorisés. Pas d'ordinateurs.

Dans le cas de questions ouvertes justifiez votre réponse.

Plus la réponse sera précise et succincte, plus elle sera appréciée par le correcteur.

Exercice 1 (*Unification*)

On se place dans l'ensemble $T(\Sigma, V)$ des termes. En utilisant les transformations de problèmes équationnels (cours sur l'unification) résoudre les équations :

1. $f(f(x, x), y) \stackrel{?}{=} f(f(x, y), x)$,
2. $f(f(x, x), y) \stackrel{?}{=} f(y, f(x, y))$.

Exercice 2 (*Sémantique axiomatique*)

Sachant que a est un tableau, on considère le programme (qui est utilisé dans *quicksort*) :

Pre : $bas < haut$

```
i := bas
j := bas

while (j < haut) do
  j := j + 1
  if a[j] < a[bas] then
    i := i + 1
    x := a[i]
    a[i] := a[j]
    a[j] := x
```

Post : $\forall k, bas < k \leq i \Rightarrow a[k] < a[bas] \quad \wedge \quad i < k \leq haut \Rightarrow a[bas] \leq a[k]$

1. Donner l'invariant de la boucle.
2. Annoter le programme. On n'indiquera les préconditions et postconditions qu'aux trois points suivants :
 - les deux premières affectations,
 - la boucle `while`,
 - l'instruction `if`.
3. Indiquer dans ce programme annoté quelques utilisations significative de la règle de *Conséquence*.

Exercice 3 (*Déduction naturelle*)

1. Démontrer en utilisant la déduction naturelle les deux propositions suivantes :
 - a $\neg p \vee q \vdash p \Rightarrow q$,
 - b $p \Rightarrow q \vdash \neg p \vee q$.
2. Préciser pour chacune d'elle s'il s'agit d'un séquent que l'on peut démontrer en logique intuitionniste ou non.

Exercice 4 (*Paires critiques*)

Calculer les paires critiques du système de réécriture :

$$\begin{aligned}x * (y * z) &\rightarrow (x * y) * z \\x * x &\rightarrow x\end{aligned}$$

Exercice 5 (*Logique combinatoire*)

On rappelle que $[x].M$ est l'abstraction sur x en logique combinatoire.
Calculer $[x].(S x y)$.

Exercice 6 (*Terminaison banus*)

Connaissez-vous un système de réécriture dont la terminaison est un problème ouvert ?